

# Einsatz von Maple bei der Lehramtsausbildung

Markus Neher

Karlsruher Institut für Technologie  
Universität Karlsruhe (TH)  
Forschungsuniversität - gegründet 1825  
Fakultät für Mathematik

18. Februar 2009

- Pflichtveranstaltung im 4. FS
- 4 SWS Vorlesung, 2 SWS Übung, 3 SWS Praktikum
- Computerpraktikum mit Maple
- Kein Höchstleistungsrechnen:  
Keine großen LGS, keine partiellen Differentialgleichungen
- Grundlegende numerische Fragestellungen: Breite vor Tiefe

- CAS, leicht zugänglich
- Interpreter-Sprache:  
Befehle können in Worksheets interaktiv bearbeitet und erneut ausgeführt werden
- Ausgezeichnete Hilfsfunktionen
- Aktuelle Maple-Version als Campuslizenz  
(für Studierende kostenlos)

- Langsam, da Interpreter statt Compiler
- Ursprünglich CAS: Numerische Funktionen manchmal von geringer Qualität (veraltete Algorithmen)
- Kein Benutzerzugriff auf Speicherverwaltung
- Für numerische Fragestellungen mit Schulbezug unerheblich!

- Intransparente interne Implementierung  
(Datentypen, Speicherverwaltung, Arithmetik)
- Intransparente Implementierung numerischer Standardroutinen
- Rundungsfehleranalyse/Stabilitätsanalyse dadurch erschwert bis unmöglich
- Für numerische Fragestellungen mit Schulbezug unerheblich!

- Keine Vorkenntnisse im Programmieren erforderlich
- Programmstrukturen wie in höheren Programmiersprachen
- Einbettung symbolischer Rechnung ist (einfach) möglich
- Langzahlarithmetik mit beliebiger Genauigkeit
- Vielfältige Visualisierungsmöglichkeiten mit (animierten) Plots

# Numerik für das Lehramt mit Maple

- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)

- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)
- Iterationsverfahren für nichtlineare Gleichungen (Programmierübung in Maple)

- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)
- Iterationsverfahren für nichtlineare Gleichungen (Programmierübung in Maple)
- Iterative Verfahren für lineare Gleichungssysteme (Programmierübung in Maple)

- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)
- Iterationsverfahren für nichtlineare Gleichungen (Programmierübung in Maple)
- Iterative Verfahren für lineare Gleichungssysteme (Programmierübung in Maple)
- Über- und unterbestimmte LGS (Simulation mit Maple, Langzahlarithmetik)

- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)
- Iterationsverfahren für nichtlineare Gleichungen (Programmierübung in Maple)
- Iterative Verfahren für lineare Gleichungssysteme (Programmierübung in Maple)
- Über- und unterbestimmte LGS (Simulation mit Maple, Langzahlarithmetik)
- Polynom- und Spline-Interpolation (Visualisierung mit Maple)

- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)
- Iterationsverfahren für nichtlineare Gleichungen (Programmierübung in Maple)
- Iterative Verfahren für lineare Gleichungssysteme (Programmierübung in Maple)
- Über- und unterbestimmte LGS (Simulation mit Maple, Langzahlarithmetik)
- Polynom- und Spline-Interpolation (Visualisierung mit Maple)
- Approximation nach der Methode der kleinsten Quadrate (Visualisierung mit Maple)

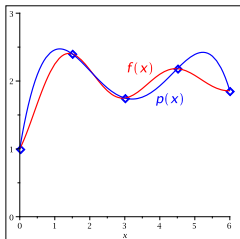
- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)
- Iterationsverfahren für nichtlineare Gleichungen (Programmierübung in Maple)
- Iterative Verfahren für lineare Gleichungssysteme (Programmierübung in Maple)
- Über- und unterbestimmte LGS (Simulation mit Maple, Langzahlarithmetik)
- Polynom- und Spline-Interpolation (Visualisierung mit Maple)
- Approximation nach der Methode der kleinsten Quadrate (Visualisierung mit Maple)
- Numerische Integration (Programmierübung in Maple)

- Algorithmen: Grundstrukturen (Programmieren mit Maple)
- Iterationsverfahren für nichtlineare Gleichungen (Programmierübung in Maple)
- Iterative Verfahren für lineare Gleichungssysteme (Programmierübung in Maple)
- Über- und unterbestimmte LGS (Simulation mit Maple, Langzahlarithmetik)
- Polynom- und Spline-Interpolation (Visualisierung mit Maple)
- Approximation nach der Methode der kleinsten Quadrate (Visualisierung mit Maple)
- Numerische Integration (Programmierübung in Maple)
- Zahlendarstellung auf dem Computer und Fehleranalyse (ohne Maple-Einsatz)

# Beispiel: Polynom-Interpolation

Geg.: Funktionswerte  $y_0, y_1, \dots, y_n$  einer Funktion  $f$ .

Gesucht: Interpolation durch einfach auszuwertende Funktion.



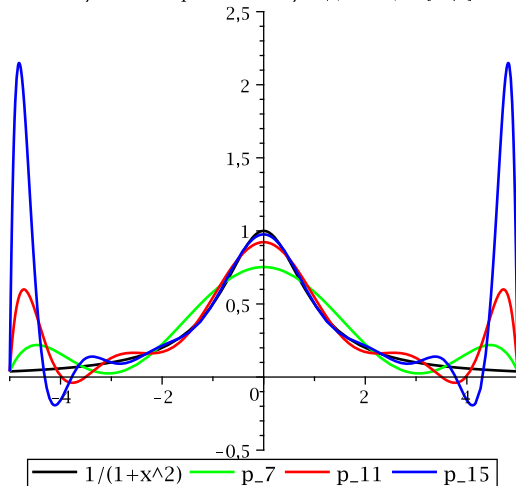
## Satz

*Es gibt genau ein Polynom  $p_n$  vom Grad  $n$ , das diese Aufgabe löst. Zu jedem  $x \in [a, b]$  existiert ein  $\xi \in (a, b)$  mit*

$$f(x) - p_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \prod_{i=0}^n (x - x_i).$$

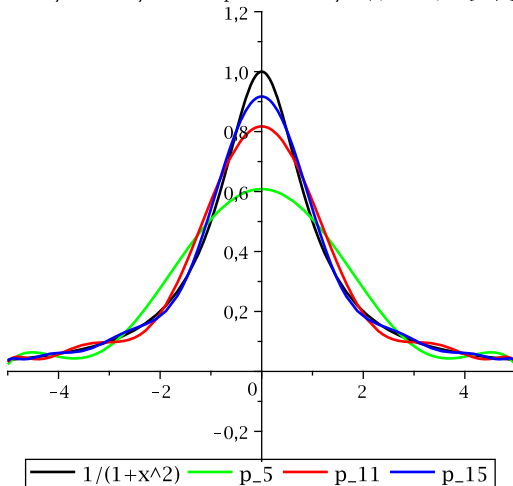
# Beispiel: Polynom-Interpolation

Polynom-Interpolation von  $y=1/(1+x^2)$  in  $[-5,5]$



# Beispiel: Polynom-Interpolation

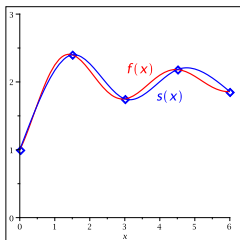
Chebyshev-Polynominterpolation von  $y=1/(1+x^2)$  in  $[-5,5]$



# Beispiel: Spline-Interpolation

Geg.: Funktionswerte  $y_0, y_1, \dots, y_n$  einer Funktion  $f$ .

Gesucht: Interpolation durch einfach auszuwertende Funktion.

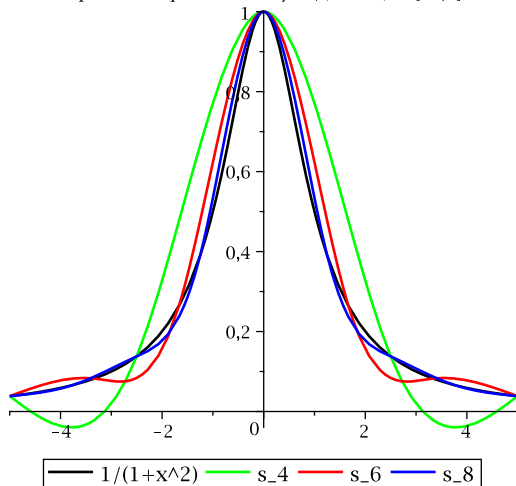


## Satz

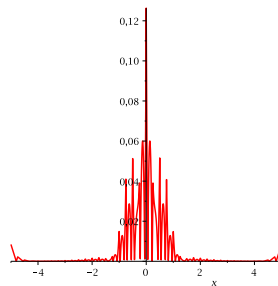
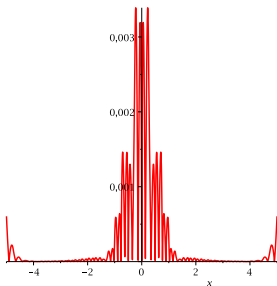
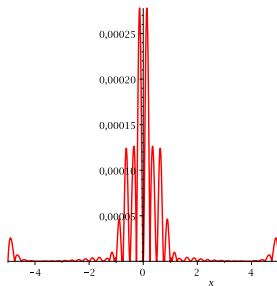
*Unter gewissen Voraussetzungen gibt es genau einen kubischen Spline, der diese Aufgabe löst und für den gleichmäßige Konvergenz gegen  $f$  und die ersten drei Ableitungen gilt.*

# Beispiel: Spline-Interpolation

Spline-Interpolation von  $y=1/(1+x^2)$  in  $[-5,5]$



# Beispiel: Spline-Interpolation

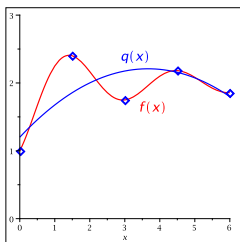


# Beispiel: Ausgleichsrechnung

Geg.: Messwerte  $y_0, y_1, \dots, y_n$  einer Funktion  $f$ .

Bekannt: Naturgesetz.

Gesucht: Parameterwerte von  $f$ .



Maple stellt verschiedene Funktionen zur Methode der kleinsten Quadrate (linear und nichtlinear) bereit.

# Beispiel: Ausgleichsrechnung

