Gegeben ist die Funktionenschar f_t mit $f_t(x) = \frac{e^x}{8\cdot(t+x)^2}$ und die Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{32}\cdot e^x$.

a. Führen Sie eine Kurvendiskussion für das Schaubild der Funktion f_t durch.
Zeigen Sie, dass es genau einen Wert t gibt, für den das Schaubild der zugehörigen Funktion f_t keinen Schnittpunkt mit der y-Achse hat.
Bestimmen Sie Monotoniebereiche der Funktion f_t.
Zeigen Sie, dass g die Ortskurve der lokalen Minima der Funktionenschar beschreibt.

10 VP

b. Das Schaubild der Funktionen f_{-3} und f_6 werden von der Geraden mit x=c (c>3) geschnitten.
Ermitteln Sie c so, dass die durch die Schaubilder aus der Geraden herausgeschnitte Strecke minimale Länge hat.

6 VP

c. Die Gerade h berührt das Schaubild der Funktion f_{-1} im lokalen Minimum. Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden h.
Das Schaubild von f_{-1}, das Schaubild der Funktion g, die Gerade h und die y-Achse beranden eine Fläche. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

7 VP

d. Die Gerade s geht durch die lokalen Extrempunkte der Funktionen f_0 und f_{-1}. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden s.
Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes P auf dem Schaubild der Funktion g, in welchem das Schaubild von g die gleiche Steigung hat wie die Gerade s.

7 VP

Geben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{16}{(x^2+2)^2}$, $x \geq 0$.

a. Begründen Sie, dass das Schaubild von f an der Stelle x=0 ein absolutes Maximum hat.
Was folgt daraus über die Existenz von Wendepunkten?
Im Punkt (u;f(u)) wird die Tangente an das Schaubild von f gezeichnet. Die Tangente bildet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck. Für welche Werte von u ist der Flächinhalt dieses Dreiecks extremal?

8 VP

b. Eine Parabel zweiter Ordnung soll durch den Ursprung gehen und das Schaubild von f an der Stelle x=2 berühren. Bestimmen Sie den Funktionsterm dieser Parabel.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die von dem Schaubild der Funktion f, der Parabel und der y-Achse berandet wird.

6 VP

c. Das Schaubild der Funktion h mit $h(x) = \frac{t}{(sx+4)} - 1$ soll mit dem Schaubild von f an den Stellen x=0 und x=2 gemeinsame Punkte besitzen. Bestimmen Sie s, t.
Bestimmen Sie mit Hilfe der keplerschen Fassregel einen Näherungswert für den Flächeninhalt der Figur, die begrenzt wird von den Koordinatenachsen, dem Schaubild von h und der Gerade mit x=2.

8 VP

d. Das Schaubild von f rotiert über dem Intervall $[\frac{16}{121}; 4]$ der y-Achse um die y-Achse.
Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.
Wie muß der Radius x_r eines (stehenden) senkrechten Kreiszylinders mit der Höhe 2 gewählt werden, damit er das gleiche Volumen hat?

8 VP