

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung 2003

CAS-Versuchsschulen mit Maple

Aufgabe I 1

Haupttermin

Grundkurs Analysis

Blatt 1 - 1

Zu jedem $t \neq 0$ ist die Funktion f_t gegeben durch

$$f_t(x) = \frac{6}{t^2}x^3 - \frac{12}{t}x^2 + 6x ; x \in \mathbb{R}$$

Ihr Schaubild sei K_t .

- a) Untersuchen Sie K_t auf gemeinsame Punkte mit der x -Achse, Hoch-, Tief- und Wendepunkte.
Bestimmen Sie die Gleichung der Ortslinie, auf der die Wendepunkte aller K_t liegen.
Zeichnen Sie die Ortslinie und die Schaubilder von f_t , für $t = -3, -2, -1, 1, 2, 3$ in ein Koordinatensystem. (8 VP)
- b) Für welche Werte von m haben die Gerade mit der Gleichung $y = m(x-6)$ und K_6 einen, zwei bzw. drei Punkte gemeinsam ?
Wählen Sie, für jeden der drei Fälle, ein Beispiel und zeichnen Sie die drei Geraden und das Schaubild K_6 in ein Koordinatensystem. (5 VP)
- c) Das Schaubild K_6 und die x -Achse begrenzen eine Fläche, die bei Drehung um die x -Achse einen Drehkörper erzeugt. Berechnen Sie das Volumen des Drehkörpers.
Der Drehkörper ist Teil eines Werkstücks.
Die Parallele zur x -Achse durch den Hochpunkt von K_6 , die Gerade $x = 6$ und die Koordinatenachsen begrenzen ein Rechteck, das bei Drehung um die x -Achse einen Zylinder erzeugt.
Berechnen Sie das Volumen des Zylinders.
Aus diesem Zylinder, der aus Holz angefertigt ist, wird das Werkstück herausgefräst.
Geben Sie, den dabei entstandenen Abfall, in Prozent an.
Zeichnen Sie den Drehkörper. (9 VP)
- d) Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = \frac{2,5}{(x-1)^2 + 1} ; x \in \mathbb{R}$.
Aus den Funktionen f_t soll für die Funktion g , im Bereich $0 \leq x \leq 2$, eine Näherungsfunktion gefunden werden.
Bestimmen Sie t so, dass das Integral $\int_0^2 (f_t(x) - g(x))^2 dx$ minimal wird. (8 VP)