Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung **2003** CAS-Versuchsschulen mit Maple Aufgabe **I 1**

Haupttermin **Leistungskurs Analysis**

Zu jedem $t \in \mathbb{R}$ ist eine Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = \frac{4x}{x^2 + t}$. Ihr Schaubild heißt K_t

a) Wie hängt die Anzahl der Polstellen von t ab ? Wähle dazu für jeden Fall ein festes t und plotte die zugehörigen Kurven verschiedenfarbig in ein gemeinsames Koordinatensystem. Für welche t hat K_t Wendepunkte. Bestimme die Wendepunkte.
Wir betrachten nun den Fall t = -1 :
Das krummlinige Trapez mit der Randfunktion f_t über dem Intervall [2 ; 5] hat den Flächeninhalt A . Man kann A näherungsweise durch den Flächeninhalt einer Summe von 10 gleichbreiten Rechtecken, die der Fläche einbeschrieben werden, bestimmen. Veranschauliche diesen Sachverhalt durch einen geeigneten Plot. Berechne diesen Näherungswert für A und gib den prozentualen Fehler zum genauen Wert an.
(9 Punkte)

b) Untersuche, ob die ins Unendliche reichende Fläche, zwischen den Kurven K_1 und K_{-1} und den Geraden mit der Gleichung x = 1 und x = 2 einen endlichen Inhalt besitzt. Bestimme im ersten Quadranten das Intervall der Länge zwei, über dem die Fläche des krummlinigen Trapezes mit Randfunktion f_1 maximal wird.
(6 Punkte)

c) Untersuche für $t \geq 0$, von welchen Punkten der y-Achse aus man Tangenten an die Kurve K_t legen kann. Bestimme zudem die Anzahl der Kurventangenten durch einen festen Punkt der y-Achse.
(7 Punkte)

....
......

d) Bei einem Experiment werden folgende Messwertpaare aufgenommen (x : Zeit in

x	10,1	10,3	10,5	11	11,5	12	13	14	15	16
y	20,1	6,6	4,0	2,1	1,3	0,95	0,65	0,5	0,4	0,35

Diese Messwertpaare bestimmen Punkte im kartesischen Koordinatensystem.
Veranschauliche sie mit Maple - Symbol CIRCLE .
Für eine weitere Untersuchung soll eine Funktionsanpassung durchgeführt werde. Es soll folgender mögliche Funktionstyp betrachtet werden :

$$h(x) = \frac{a}{x + b} \quad , \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

Führe für diesen Ansatz eine geeignete Transformation durch - zeige, dass in diesem Fall über die "Ausgleichsgerade" eine sinnvolle Näherungsfunktion entsteht, und gib den Funktionsterm dieser Funktion h an. Plotte das Schaubild von h mit den Messwertpaaren. Nach wieviel Sekunden kann man nun erwarten, dass der Wert 0,22 unterschritten wird ?
(8 Punkte)