

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung 2003

CAS-Versuchsschulen mit Maple

Aufgabe I 2

Haupttermin

**Leistungskurs Analysis**

Blatt 1 - 2

Zu jedem  $t \in \mathbb{I}$  ist eine Funktion  $f_t$  gegeben durch

$$f_t(x) = \frac{1}{2}(x-t)^2 e^{-\frac{x}{2}}$$

Ihr Schaubild heißt  $K_t$

- a) Plote  $K_t$  für ganzzahlige  $t$  mit  $-5 \leq t \leq 1$  verschiedenfarbig in einem geeigneten - Extrempunkte im Bild – Bereich eines Koordinatensystems mit gleicher Längeneinheit. Erstelle einen weiteren Plot in einem geeigneten Bereich, der  $K_t$  für ganzzahlige  $t$  mit  $-5 \leq t \leq 1$  nacheinander (animiert) zeichnet.

Die Hochpunkte der Funktionen  $f_t$ ,  $t \in \mathbb{I}$ , bilden eine Kurve C (Ortskurve der Hochpunkte). Bestimme die zugehörige Funktion mit Definitionsmenge und Wertemenge. Füge die Kurve C in den ersten Plot mit ein.

(8 Punkte)

- b) Die Schaubilder  $K_{-2}$  und  $K_{-1}$  schließen mit der Geraden mit der Gleichung  $x = u$  mit  $u > 0$  eine Fläche ein. Bestimme diesen Flächeninhalt. Berechne den Flächeninhalt der nach rechts offenen Fläche zwischen  $K_{-2}$  und  $K_{-1}$ . Bestimme  $t$  so, dass die nach rechts offene Fläche zwischen  $K_t$  und  $K_{t+1}$  einen Flächeninhalt von 1 hat.

(6 Punkte)

- c)  $K_0$  soll für  $-3 \leq x \leq 5$  einen Teil des Höhenprofils einer Modellachterbahn darstellen. (Längeneinheit : 1 dm).

Da für  $x < -\frac{1}{2}$  die Steigung von  $K_0$  unrealistisch ist, soll an der Stelle  $x = -\frac{1}{2}$  das Schaubild einer Funktion  $g$  mit

$$g(x) = a \cdot [\ln(-2x)] + b$$

stetig und differenzierbar an  $K_0$  anschließen. Das Schaubild von  $g$  soll dann den Verlauf des Höhenprofils im Intervall  $[-3 ; -\frac{1}{2}]$  darstellen.

Zeige, dass dann  $a = \frac{9}{32}e^{\frac{1}{4}}$  und  $b = \frac{1}{8}e^{\frac{1}{4}}$  ist.

Plotte die Kurve dieses Höhenprofils.

Überprüfe rechnerisch, ob dieses Profil auf dem Intervall  $[-3 ; 5]$  der Vorgabe genügt, dass die Steigung betragsmäßig unter 80 % bleibt.

(8 Punkte)

- d) auf Blatt 2

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung 2003

CAS-Versuchsschulen mit Maple

Aufgabe I 2

Haupttermin

**Leistungskurs Analysis**

Blatt 2

d) Aus einem Holzquader soll das Modell eines Fahrzeugs ( für die Achterbahn ) herausgefräst werden. Im kartesischen Koordinatensystem soll das (seitliche ) Profil des Fahrzeugs durch die Punkte

$P_1(0 ; 0)$ ,  $P_2(1 ; 7)$  ,  $P_3(3 ; 3)$ ,  $P_4(4 ; 2)$ ,  $P_5(5;2)$ ,  $P_6(6 ; 3)$ ,  $P_7(8 ; 3)$  und  $P_8(11 ; 1)$

gehen. (Längeneinheit: 1 cm)

Das Profil des ebenen Bodens liegt vereinfachend auf der x-Achse.

d1) Bestimme einen kubischen Spline, der das Profil beschreibt, und plote diese Profilkurve zusammen mit den gegebenen Punkten in ein kartesisches Koordinatensystem.

d2) Welchen Rauminhalt hat das 12 cm breite (massive) Modell, wenn der Boden eben ist und das Profil durch den kubischen Spline aus d1) beschrieben wird. (Näherungswert).

d3) Plote ein Schrägbild des (massiven) Modells.

(8 Punkte)