

**Aufgabe A:**

Gegeben ist eine Funktion  $f$  durch  $f(x) = 5 \cdot (e^{-x} - e^{-2x})$ ,  $x \in \mathfrak{R}$

Ihr Schaubild sei  $K$ .

a) Eine beliebige Tangente an  $K$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt  $P$ .

Durch welche Punkte  $P$  der  $y$ -Achse gibt es keine, eine, zwei oder drei Tangenten?

Geben Sie einen Punkt der  $y$ -Achse an, durch den drei Tangenten gehen, und zeichnen

Sie ihn samt den Tangenten und  $K$ .

(7 VP)

b) Bei einem Chemieunfall gelangt Gift in einen Fluss. Für  $t \geq 0$  ( $t$ : Zeit in Tagen nach dem Unfall) stellt

$g(t) = 5 \cdot (e^{-t} - e^{-2t})$  die Giftkonzentration in  $\frac{g}{m^3}$  dar, die an einer Messstelle flussabwärts ermittelt wird.

Dort beträgt die Wasserstromstärke  $8 \frac{m^3}{s}$ .

- Zu welchem Zeitpunkt nach dem Unfall ist die Konzentration am höchsten, und wie groß ist sie dann?

Ab wann ist sie kleiner als  $0,01 \frac{g}{m^3}$ ?

- Bestimmen Sie die mittlere Konzentration in den ersten 3 Tagen. Berechnen Sie daraus die in dieser Zeit durchgeflossene Giftmenge.

- Nun sei  $t_s$  die Zeit in Sekunden nach dem Unfall. Begründen Sie, dass die Giftkonzentration durch den

Term  $h(t_s) = 5 \cdot (e^{-\frac{t_s}{86400}} - e^{-\frac{t_s}{43200}})$  beschrieben wird.

Geben Sie einen Term  $m(t_s)$  für die zur Zeit  $t_s$  je Sekunde an der Messstelle vorbeifließende Giftmenge

in  $\frac{g}{s}$  an.

Berechnen Sie die gesamte bei dem Unfall freigesetzte Giftmenge.

(8 VP)

**Aufgabe B :**

Zwei Flugzeuge  $F_1$  und  $F_2$  bewegen sich durch den Raum. Ihr Ort zur Zeit  $t$  wird jeweils beschrieben durch

$$F_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 150t - 8000 \\ -80t + 4000 \\ 10t + 3000 \end{pmatrix} \quad F_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10000 \cos(0,02t - 1) - 5000 \\ 10000 \sin(0,02t - 1) + 3000 \\ -t + 5000 \end{pmatrix}$$

(Koordinaten in m,  $t$  in Sekunden).

a) Auf was für einer Bahn fliegt  $F_1$ ? Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich  $F_1$ ?

Stellen Sie die beiden Flugbahnen grafisch dar.

Die Flugbahn von  $F_2$  ist eine Spirale. Wie viel Meter Höhe verliert das Flugzeug bei einem Umlauf?

(9 VP)

b) Stellen Sie den Abstand zwischen den beiden Flugzeugen in Abhängigkeit von  $t$  grafisch dar (im Zeitraum 0 bis 6 Minuten) und untersuchen Sie, ob bei diesen Flugbahnen der Sicherheitsabstand von 5000m zwischen den Flugzeugen eingehalten wird.

(6 VP)