Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden Württemberg

Abiturprüfung **2003** | **CAS-Versuchsschulen mit Maple** | Aufgabe **I 2**

Markgrafen-Gymnasium Karlsruhe

Haupttermin | Leistungskurs Analysis |

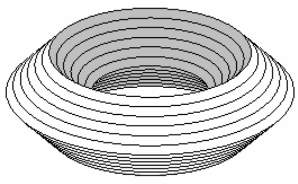
1. Gegeben ist die Funktion f durch $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{2x+4}$, $D=3\backslash\{-2\}$. K sei die Kurve dazu. 3 VP

   Untersuchen Sie K auf Asymptoten und stellen Sie K geeignet dar.
   Beweisen Sie, dass K symmetrisch ist.

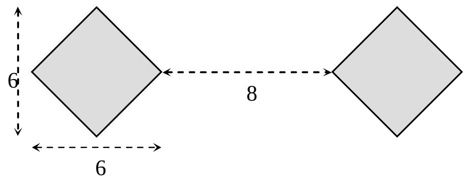
2. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^x$. $f^{(n)}$ sei die n-te Ableitung dieser Funktion. 5 VP

   Beweisen Sie, dass für alle n∈∠ gilt: $f^{(n)}(x)=\left[x^2+2n\cdot x+(n-1)\cdot n\right]\cdot e^x$

3. Wie groß ist das Volumen dieses Rings? (Längenangaben sind in cm.) 6 VP



Räumliche Darstellung



Querschnitt

4. Ein kugelförmiger Behälter mit dem Radius 5 dm wird mit Wasser gefüllt. 9 VP

   a) Beim Wasserstand h im Behälter ist das Wasservolumen mit der Formel $V=\pi\cdot h^2\cdot(5-\frac{h}{3})$ zu berechnen.
   Leiten Sie diese Formel mit Methoden der Analysis her.

   b) In den zunächst leeren Behälter fließt nun Wasser so zu, dass der Wasserstand h gemäß folgender Formel steigt: $h(t)=10\cdot(1-e^{-\frac{t}{10}})$.
   Dabei ist t die Zeit, gemessen in Minuten.
   Zu welchem Zeitpunkt ist die Stärke des Wasserzulaufs am größten?

5. Das Raumschiff Pimokl bewegt sich im Weltraum. Für seine Koordinaten gilt: 7 VP

   $x=5\cdot t-\frac{20\cdot t}{1+t}$, $y=10\cdot t-t^2$, $z=\frac{25\cdot t^2}{1+t^2}$ (t in Minuten, Koordinaten in Kilometer)

   Allerdings soll Pimokl zu einem bestimmten Zeitpunkt diese Bahn ohne weitere Richtungsänderung verlassen und geradlinig auf den Punkt Q(15|37|28,5) zufliegen.
   Zeigen Sie, wie dieser Zeitpunkt ermittelt werden kann.