

Nachtermin

Analysis

Schulversuch mit einem Kleinrechner mit einem Computer-Algebra-System

Aufgabe 1

In der folgenden Tabelle ist die Anzahl der pro Jahr verkauften Handys in Millionen in den Jahren 1992 bis 2000 in Deutschland angegeben.

Jahr	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Anzahl in Millionen pro Jahr	0,34	0,47	0,70	1,09	1,81	3,29	6,64	14,62	24,96

- a) Die Hersteller nahmen zunächst exponentielles Wachstum der Daten an.
Bestimmen Sie unter dieser Annahme aus den Angaben für die Jahre 1994 und 1998 die Funktion v für die Daten, wobei die Variable t die Anzahl der Jahre seit 1992 sei.
Beschreiben Sie die Grenzen dieses Modells. (VP 3)
- b) Durch eine neue Technologie änderte sich nach einigen Jahren das Kaufverhalten.
Nun wurde versucht die Daten für den obigen Zeitraum durch die Funktion w_m mit dem Funktionsterm
- $$w_m(t) = \frac{m \cdot (t - 8,84)}{(t^2 - 17,68 \cdot t + 80,31)^2}, \text{ mit dem Parameter } m \in \mathbf{R},$$
- zu beschreiben. Dabei bedeutet der Funktionsterm $w_m(t)$ die pro Jahr verkaufte Anzahl in Millionen der Handys und t die Anzahl der Jahre seit 1992.
Die Anpassung der Funktion w_m an die Daten erfolgt durch die Berechnung des Parameters m mit Hilfe der Funktion d mit dem Funktionsterm
- $$d(m) = (w_m(0) - 0,34)^2 + (w_m(4) - 1,81)^2 + (w_m(8) - 24,96)^2.$$
- Bestimmen Sie den Parameter m so, dass die Funktion d minimal wird.
Ab welchem Jahr werden bei diesem Modell keine Handys mehr verkauft? (VP 4)
- c) Anfang 1992 waren bereits 1,52 Million Handys verkauft.
Wie viele Handys sind nach der Tabelle bis Ende 2000 verkauft worden?
Berechnen Sie mit Hilfe der Funktion w_{-244} , d. h. mit $m = -244$, wie viele Handys bis Ende 2000 verkauft wurden.
Wie muss der Parameter m der Funktion w_m gewählt werden, wenn bis Ende 2000 rund 55,44 Millionen Handys tatsächlich verkauft wurden? (VP 5)

Aufgabe 2

a) Geben Sie den n-ten Summanden a_n der folgenden Summe an

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots$$

Berechnen Sie eine Formel für die Summe.

(VP 3)

b) Gegeben ist eine Folge u durch die Rekursionsvorschrift

$$u_n = 3 u_{n-1} - 2, \quad u_1 = 2, \quad n \in \{2, 3, 4, \dots\}.$$

Eine explizite Formel für die Folge ist $u_n = 3^{n-1} + 1, n \in \{1, 2, 3, 4, \dots\}$.

Beweisen Sie mit Vollständiger Induktion die explizite Formel.

(VP 3)