



# Baden-Württemberg

MINISTERIUM FÜR KULTUS, JUGEND UND SPORT

Abiturprüfung an den allgemein bildenden Gymnasien

Prüfungsfach:

**M a t h e m a t i k**

**Aufgabe I 3**

Haupttermin 2008

Analysis mit einem Computeralgebrasystem

**Wahlteil**

## Aufgabe I 3.1

Für jedes  $k \in \mathbb{R}$  ist eine Funktion  $f_k$  gegeben durch

$$f_k(x) = \frac{x+k}{e^x}.$$

Ihr Graph ist  $C_k$ .

a) Geben Sie die Asymptote von  $C_k$  an.

Zeigen Sie, dass je zwei Graphen keine gemeinsamen Punkte haben.

Auf welcher Kurve liegen die Wendepunkte aller  $C_k$  ?

( 5 VP )

b) Im zweiten Quadranten schließen die Graphen  $C_5$  und  $C_3$  mit den Koordinatenachsen eine Fläche ein.

Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

( 4 VP )

c)  $C_5$  und  $C_3$  schließen mit der  $y$ -Achse und der Geraden  $x = z$  ( $z > 0$ ) eine Fläche ein. Welche Werte kann dieser Flächeninhalt annehmen?

Für  $z = 4$  rotiert die Fläche um die  $x$ -Achse. Es entsteht ein vasenförmiger Körper, der innen hohl ist.

In den Hohlraum soll ein zur  $x$ -Achse symmetrischer Kegel der Höhe 4 mit möglichst großem Volumen eingepasst werden.

Berechnen Sie dieses Volumen.

( 5 VP )

## Aufgabe I 3.2

Gegeben ist die Folge  $(a_n)$  durch  $a_0 = 30$  und  $a_{n+1} = 0,95 \cdot a_n + 5$ ;  $n \geq 0$ .

Die Folge lässt sich explizit darstellen durch  $a_n = 100 - 70 \cdot 0,95^n$ .

Beweisen Sie dies durch vollständige Induktion.

( 4 VP )