Baden-Württemberg
MINISTERIUM FÜR KULTUS, JUGEND UND SPORT

Abiturprüfung an den allgemein bildenden Gymnasien

Prüfungsfach: **M a t h e m a t i k** **Aufgabe I 3**

Haupttermin 2011 **Analysis mit einem Computeralgebrasystem** **Wahlteil**

Aufgabe I 3

In einer großen Stadt breitet sich eine Viruserkrankung aus.
Die momentane Erkrankungsrate wird modellhaft beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(t) = 150 \cdot t^2 \cdot e^{-0{,}2t} \quad ; \quad t \geq 0.$$

Dabei ist t die Zeit in Wochen seit Beobachtungsbeginn und $f(t)$ die Anzahl der Neuerkrankungen pro Woche.

a) Skizzieren Sie den Graphen von f.
Wann erkranken die meisten Personen?
Zeigen Sie, dass ab diesem Zeitpunkt die momentane Erkrankungsrate rückläufig ist.
Wann nimmt sie am stärksten ab und wie groß ist sie dann?

(6 VP)

b) Alle Neuerkrankungen werden sofort dem Gesundheitsamt gemeldet.
Bei Beobachtungsbeginn sind bereits 100 Personen gemeldet.
Wie viele Personen sind nach 12 Wochen insgesamt gemeldet?

Geben Sie eine Funktion für die Gesamtzahl der gemeldeten Personen nach t Wochen an.
Wann wird die Zahl von 20 000 gemeldeten Personen erreicht?
Weisen Sie nach, dass die Anzahl der Meldungen unter 40 000 bleiben wird.

(6 VP)

In einer benachbarten Stadt mit 30 000 Einwohnern ist bei Beobachtungsbeginn bereits die Hälfte der Einwohner an diesem Virus erkrankt. Es ist davon auszugehen, dass im Laufe der Zeit alle Einwohner von der Krankheit erfasst werden und dass dabei die momentane wöchentliche Erkrankungsrate proportional zur Anzahl der bisher noch nicht von der Krankheit erfassten Einwohner ist.

c) Man nimmt zur Modellierung zunächst den Proportionalitätsfaktor 0,1 an.
Geben Sie eine zugehörige Differenzialgleichung an.
Bestimmen Sie eine Funktion, welche die Anzahl der von der Krankheit erfassten Personen beschreibt.
Wie viele Personen werden demzufolge nach 4 Wochen von der Krankheit erfasst sein?
Tatsächlich sind es nach 4 Wochen bereits 22 000 Personen.
Passen Sie die Funktion an die tatsächliche Situation an.

(6 VP)