Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung **1999** Leistungskurs **Mathematik** Aufgabe **I**

Haupttermin

Hilda-Gymnasium Pforzheim

Schulversuch mit einem Kleinrechner mit einem Computer-Algebra-System

---

Zu jedem $t \in \mathbf{R}$ ist eine Funktion f_t gegeben durch

$$f_t(x) = \frac{t - x^2}{e^{x-t}} \; ; \; x \in \mathbf{R}.$$

Ihr Schaubild sei K_t.

a) Bestimmen Sie für $t = 1$ Nullstellen, relative Extrema, Wendpunkte und Asymptoten von K_1.
Wählen Sie zwei verschiedene Werte für den Parameter t, für die sich die Schaubilder K_t grundlegend unterscheiden. Begründen Sie Ihre Wahl.
Für welche Werte von t ergeben sich „uninteressante“ Formen der Schaubilder? Geben Sie eine kurze Begründung dafür an.

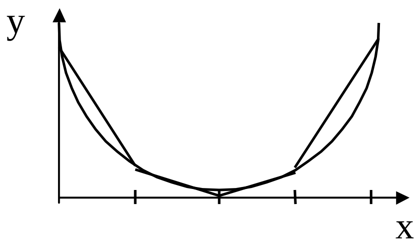
b) Für welchen Wert von t geht das Schaubild K_t durch den Ursprung?
Für welche Werte von t verlaufen die zugehörigen Schaubilder durch den 1. Quadranten.
Bestimmen Sie die vom Schaubild K_t und den Koordinatenachsen im 1. Quadranten eingeschlossene Fläche.

c) Existieren für alle $t \in \mathbf{R}$ Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen?
Geben Sie die relativen Extremstellen des Schaubildes von f_t an.
In einer Tabelle sind die Anzahl der Null- und der relativen Extremstellen in Abhängigkeit von t anzugeben.

d) Das Schaubild der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{10} x^2 - 2x + 10$ beschreibt für $0 \le x \le 20$ den Querschnitt einer parabelförmigen Rinne. Um den Materialbedarf zu berechnen, wird neben der Länge der Rinne auch die Länge des Parabelbogens benötigt. Für die Bogenlänge einer Funktion g gilt allgemein

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [g'(x)]^2}\, dx.$$

Bestimmen Sie mit der angegebenen Formel die Bogenlänge L der parabelförmigen Rinne.
Wie viel m^2 Blech wird bei einer Rinnenlänge von 15,00 m benötigt, wenn eine Längeneinheit im Koordinatensystem 1 cm entspricht?
Berechnen Sie die Bogenlänge näherungsweise, indem Sie den Parabelbogen durch einen Streckenzug aus Sehnen annähern und dazu den Bereich auf der x-Achse zwischen x = 0 und x = 20 in 10 gleichlange Teile zerlegen.
Skizze für 4 Zerlegungen:



Punkteverteilung: a) 8 VP b) 6 VP c) 8 VP d) 8 VP