Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung **2001** | Pilotprojekt Mobiles Klassenzimmer | Aufgabe **I 1**

Haupttermin | Leistungskurs Analysis

Gegeben ist für $0 \leq t \leq 2\pi$ die Kurve K_1 mit den Gleichungen

$$x(t) = 3 \cdot \sin(t) \cdot \cos(t)$$
$$y(t) = 6 \cdot \cos(t) + 2$$

a) Zeichnen Sie die Kurve K_1 und lesen Sie aus dem Schaubild Symmetrien ab.
Bestimmen Sie die Schnittpunkte von K_1 mit der x-Achse und die Kurvenpunkte mit senkrechter Tangente.
Bestimmen Sie Mittelpunkte und Radien der beiden Krümmungskreise bei den Schnittpunkten von K_1 mit der y-Achse.
Zeichnen Sie Kurve und die Krümmungskreise in ein gemeinsames Koordinatensystem. (8 VP)

b) Die Kurve K_1 begrenze in etwa eine Insel, die aus 2 Teilen besteht (1 Längeneinheit beträgt 1 km).
Bestimmen Sie näherungsweise den Umfang der Insel.
Im Punkt W(0|6) auf der Insel steht eine Windmühle, im Punkt L(2|1) im Meer steht ein Leuchtturm. Von W nach L soll eine Stromleitung gelegt werden. 1 km Stromleitung auf der Insel kostet 60000 €, 1 km Stromleitung im Meer kostet 30000 €. An welcher Stelle P der Küste muss man die Stromleitung ins Meer führen, um möglichst kostengünstig zu bauen ? (Näherungslösung)
Wie groß ist im günstigsten Fall der Gesamtpreis der Stromleitung ? (7 VP)

c) Zeichnen Sie die Kurve K_2 mit der Gleichung: $16 \cdot y^2 = x^2 \cdot (4-x^2)$.
Ändern Sie die Gleichung von K_2 so ab, dass die Kurve K_1 entsteht.
Begründen Sie die einzelnen Schritte Ihres Vorgehens. (7 VP)

- -

d) In einem See waren 1980 ca. 20000 Fische.
Sie vermehren sich logistisch nach der Differenzialgleichung

$$F'(t) = \frac{3 \cdot F(t) \cdot (60000 - F(t))}{1000000}.$$

Wie viele Fische kann man im Jahr 2001 erwarten ?
Wie viele Fische kann man im Jahr 2001 erwarten, wenn man jedes Jahr 1000 Fische entnimmt ?
Wie viele Fische kann man im Jahr 2001 erwarten, wenn man jedes Jahr 5% des Bestandes entnimmt ? (8 VP)