

Schulversuch mit einem Kleinrechner mit einem Computer-Algebra-System

Zu jedem  $t \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$  ist die Funktion  $f_t$  mit  $f_t(x) = \frac{t^2 \cdot x}{1 + t \cdot x^2}$  gegeben.

Ihr Schaubild sei  $K_t$ .

- a) Untersuchen Sie  $K_2$  auf Symmetrie, Extrem- und Wendepunkte sowie auf Asymptoten.  
 Wählen Sie einen anderen Wert von  $t$ , für den sich das Schaubild wesentlich vom Fall  $t = 2$  unterscheidet. Untersuchen Sie dieses Schaubild auf Extrem- und Wendepunkte und auf Asymptoten.  
 Wie hängt die Art und Anzahl der Asymptoten der Kurven  $K_t$  von  $t$  ab?
- b) Berechnen Sie den Inhalt der von den Schaubildern  $K_2$  und  $K_{-1}$  eingeschlossenen Fläche.  
 Unter welchen Bedingungen haben zwei verschiedene Scharkurven  $K_{t_1}$  und  $K_{t_2}$  neben dem Koordinatenursprung noch weitere Schnittpunkte, wenn  $t_1 > 0$  ist?
- c) Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion 5. Ordnung, deren Schaubild die Kurve  $K_2$  zwischen den beiden Extrempunkten (einschließlich der beiden Extrempunkte) möglichst gut annähert.

- d) Nebenstehende Abbildung zeigt das Querschnittsbild eines Likörglases (Einheit 1cm).

Das Querschnittsbild des oberen, befüllbaren Teils des Glases wird durch die Gerade  $y = 4$  und die

Funktion  $g$  mit  $g(x) = \frac{5x^2}{x^2 + 1}$  berandet.

Das grau unterlegte Querschnittsbild des Fußes wird berandet durch: Die Funktion  $g$ , die Funktion  $h$  mit

$h(x) = \frac{9}{2x^6} - 2$  und die Geraden mit den Gleichungen

$y = -2$ ,  $x = -2$  und  $x = 2$ .

Berechnen Sie das Fassungsvermögen des Likörglases in  $\text{cm}^3$ .

Der Fuß des Glases ist aus Farbglas hergestellt. Diese Glassorte wiegt  $2,5 \text{ g pro cm}^3$ . Wie viel g Farbglas wird zur Herstellung des Fußes benötigt?

