

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport
Schriftliche Abiturprüfung Mathematik
ab 2004

Aufgabensatz B

Seite 1 von 1

Pflichtteil

Aufgabe 1

Gegeben sind die Punkte A (2 | -1 | 3), B(4 | 2 | -4) und C (0 | 1 | -2).

Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, die diese Punkte enthält.

(4 VP)

Aufgabe 2

Gegeben sind die Ebenen E: $2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 12$ und F: $2x_1 + 3x_2 = 6$.

a) Veranschaulichen Sie die Ebenen E und F mithilfe ihrer Spurgeraden in einem Koordinatensystem.

b) Zeichnen Sie die Schnittgerade s von E und F ohne weitere Rechnung in das Koordinatensystem ein und begründen Sie Ihr Vorgehen.

(6 VP)

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{x}$; $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

a) Bestimmen Sie für die Funktion f die erste Ableitung und eine Stammfunktion.

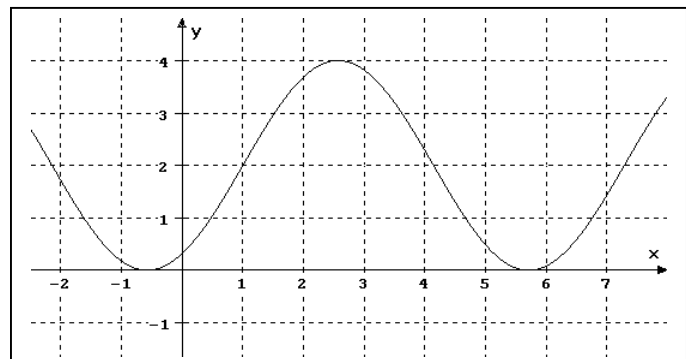
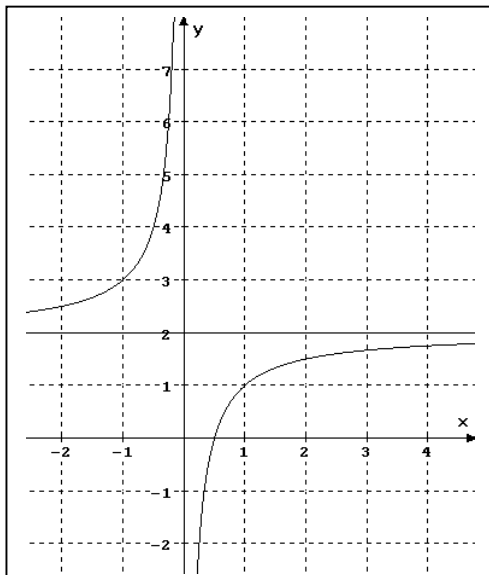
b) An das Schaubild von f wird im Punkt P(1 | f(1)) die Tangente gelegt.
Geben Sie eine Gleichung dieser Tangente an.

c) Geben Sie eine Definition der Ableitung einer Funktion an einer Stelle x_0 an.

(8 VP)

Aufgabe 4

Geben Sie zu den skizzierten Schaubildern jeweils einen möglichen Funktionsterm an.



(6 VP)

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport
Schriftliche Abiturprüfung Mathematik
ab 2004

Aufgabensatz B

Seite 1 von 5

Wahlteil Analysis

Aufgabe I.1.1

Über ein Ventil kann das Wasservolumen in einem Wasserbehälter geregelt werden. Die Stärke des Wasserstroms durch dieses Ventil ist gegeben durch eine Funktion f mit

$$f(t) = 4e^{-t} - 0,1e^t ; t \geq 0 \quad (t \text{ in h}; f(t) \text{ in } m^3h^{-1}).$$

Dabei bedeuten positive Funktionswerte eine Wasserzufuhr, negative Funktionswerte eine Wasserentnahme. Zu Beobachtungsbeginn ($t = 0$) befinden sich $10m^3$ im Behälter.

- a) Skizzieren Sie das Schaubild von f und mit diesem das Schaubild der Funktion g , die die Entwicklung des Wasservolumens im Behälter beschreibt.
Begründen Sie den Verlauf des Schaubildes von g .
- b) Bestimmen Sie den maximalen Wert, den das Wasservolumen im Behälter erreichen kann.
- c) Eine Beschreibung des Wasserstroms durch das Ventil mithilfe der Funktion f ist nur realistisch für Zeiten $t < T$, wobei T derjenige Zeitpunkt ist, zu dem der Wasserbehälter leer ist.
Bestimmen Sie T .

(12 VP)

Aufgabe I.1.2

Gegeben ist die Integralfunktion I mit $I(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$, $x \in \mathbb{R}$ und $f(t) = t^2 - 1$.

- a) Untersuchen Sie I auf Nullstellen sowie Extrem- und Wendestellen.
- b) Skizzieren Sie in einem Koordinatensystem die Schaubilder von I und f .

(8 VP)

Wahlteil Analysis

Aufgabe I.2.1

In einen Kreis mit dem Radius r ist ein Quadrat einbeschrieben. Die Flächenstücke zwischen dem Kreis und dem Quadrat rotieren um eine Diagonale des Quadrates. Gesucht ist das Volumen des zugehörigen Drehkörpers.

- a) Beschreiben Sie zwei unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten und bewerten Sie diese.
- b) Führen Sie eine der beiden Lösungsmöglichkeiten für die Berechnung des Volumens durch.

(10 VP)

Aufgabe I.2.2

Die Folge (d_n) der sogenannten Dreieckszahlen ist gegeben durch

$$d_n = \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{2}(n^2+n) \quad \text{für } n \geq 1.$$

- a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für die Summe der Dreieckszahlen $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ gilt:

$$1 + 3 + 6 + 10 + \dots + \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2).$$

- b) In der Formelsammlung finden sich die Summenformeln

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1) \quad \text{und}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$

Weisen Sie die Behauptung von Teilaufgabe a) mit den angegebenen Summenformeln nach.

(10 VP)

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport
Schriftliche Abiturprüfung Mathematik
ab 2004

Aufgabensatz B

Seite 3 von 5

Wahlteil Analysis

Aufgabe I.3.1

Gegeben ist eine Schar von Funktionen f_t durch

$$f_t(x) = \frac{2}{e^{x+t}} + t^2 \text{ mit } t \in \mathbb{R}.$$

K_t sind die Schaubilder der Schar.

- a) Skizzieren Sie K_{-1} , K_0 und K_2 .

Beschreiben Sie wichtigsten Eigenschaften der Schaubilder der Schar.

- b) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P_t auf K_t , in dem K_t parallel zur zweiten Winkelhalbierenden verläuft.

Zeichnen Sie die Ortskurve der Punkte P_t in das Koordinatensystem aus a).

Zeigen Sie, dass es keine Kurve der Schar gibt, welche die erste Winkelhalbierende senkrecht schneidet.

(10 VP)

Aufgabe I.3.2

Bei Tropfinfusionen werden dem Blut des Patienten Medikamente gleichmäßig zugeführt.

In einer Klinik werden über eine Tropfinfusion pro Minute 1,8 mg eines Medikaments verabreicht, das bislang im Körper nicht vorhanden war. Andererseits werden über die Nieren pro Minute 0,05% der aktuell im Blut vorhandenen Menge dieses Medikaments ausgeschieden. Zu Beginn der Behandlung bekommt der Patient durch eine Spritze 25 mg des Medikaments verabreicht.

- a) Zeigen Sie, dass es sich bei dieser Situation um beschränktes Wachstum handelt.
- b) Bestimmen Sie eine Funktion, die den Verlauf dieses beschränkten Wachstums beschreibt.
- c) Mit welcher Menge des Medikaments ist bei einer längeren Behandlung des Patienten in seinem Körper zu rechnen?

(10 VP)

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport
Schriftliche Abiturprüfung Mathematik
ab 2004

Aufgabensatz B

Seite 4 von 5

Wahlteil Geometrie

Aufgabe II.1.1

Drei Punkte A , B und C mit den Ortsvektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} bilden ein Dreieck ABC . Verbindet man jede Ecke mit dem Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite, so schneiden sich diese drei Seitenhalbierenden im sogenannten Schwerpunkt dieses Dreiecks. Der Schwerpunkt teilt jede Seitenhalbierende im Verhältnis $2 : 1$.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass der Schwerpunkt S_{ABC} des Dreiecks ABC

den Ortsvektor $\vec{s}_{ABC} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ besitzt.

(6 VP)

Aufgabe II 1.2

Vier Punkte A , B , C und D bilden eine dreiseitige Pyramide. In dieser Pyramide wird der Schwerpunkt S_{ABC} des Dreiecks ABC mit der Ecke D und der Schwerpunkt S_{BCD} mit der Ecke A verbunden. Diese beiden Verbindungsstrecken schneiden sich in T . In welchem Verhältnis teilt T die Strecke $S_{ABC}D$?

(10 VP)

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport
Schriftliche Abiturprüfung Mathematik
ab 2004

Aufgabensatz B

Seite 5 von 5

Wahlteil Geometrie

Aufgabe II.2

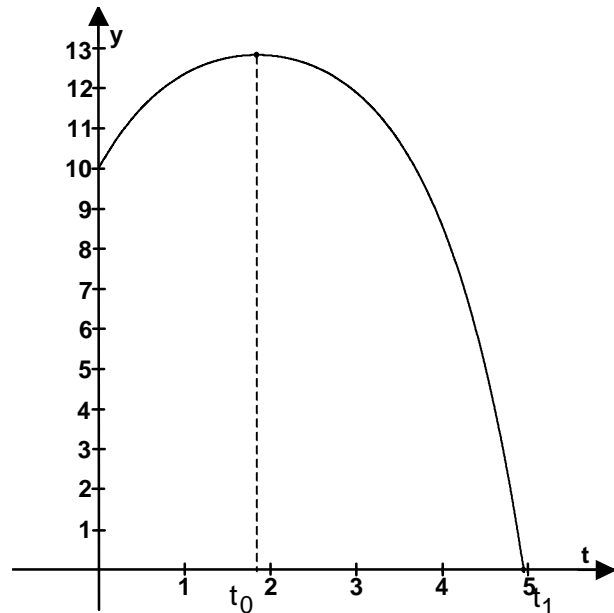
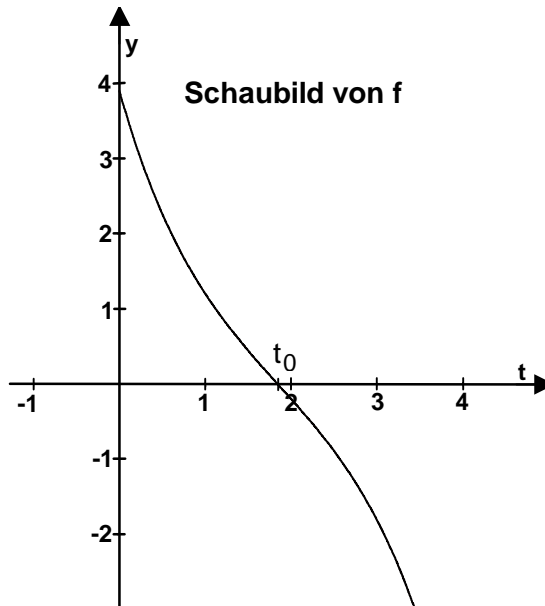
Die Punkte $O(0 | 0 | 0)$, $A(4 | 0 | 0)$, $B(0 | 4 | 0)$, $C(0 | 0 | 4)$ und $F(4 | 4 | 4)$ sind Eckpunkte eines Würfels.

- a) Die Ebene $E: x_1 + x_2 + x_3 = 6$ schneidet den Würfel in einem Sechseck.
Zeichnen Sie den Würfel und das Sechseck in ein Koordinatensystem.
Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC und das Sechseck den gleichen Umfang haben.
- b) Für welche Werte von a schneidet die Ebene $E_a: x_1 + x_2 + x_3 = a$ ($a \in \mathbb{R}$) den Würfel?
Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Anzahl der Ecken der Schnittfigur und den Werten von a ?

(16 VP)

Zu I.1.1

a)

Begründung für den Verlauf des Schaubildes von g :

Wie die Funktion f so ist auch g definiert für $t \geq 0$ mit $g(0)=10$.

Die Funktion f ist streng monoton fallend und hat genau eine Nullstelle t_0 .

Für $t < t_0$ ist $f(t) > 0$; d.h., das Wasservolumen nimmt zu; für $t < t_0$ ist die Funktion g streng monoton steigend.

Für $t = t_0$ ist das maximale Volumen im Behälter erreicht; d.h., die Stelle t_0 ist

Maximumstelle von g .

Für $t > t_0$ ist $f(t) < 0$; d.h., das Wasservolumen nimmt ab; für $t > t_0$ ist die Funktion g streng monoton fallend.

b) Die Funktion g ist Stammfunktion von f mit $g(0)=10$.

Gesucht ist $g(t_0)$, wobei t_0 die Nullstelle von f ist.

Aus $4e^{-t} - 0,1e^t = 0$ folgt $t_0 \approx 1,844$ (GTR).

Der Ansatz $g(t) = -4e^{-t} - 0,1e^t + c$ und die Bedingung $g(0)=10$ ergeben $c=14,1$.

Also ist $g(t) = -4e^{-t} - 0,1e^t + 14,1$ und damit $g(1,844) \approx 12,835$ (GTR).

c) Die Bedingung $-4e^{-t} - 0,1e^t + 14,1 = 0$ ergibt $t_1 = T \approx 4,947$ (GTR).

Zu I.1.2:

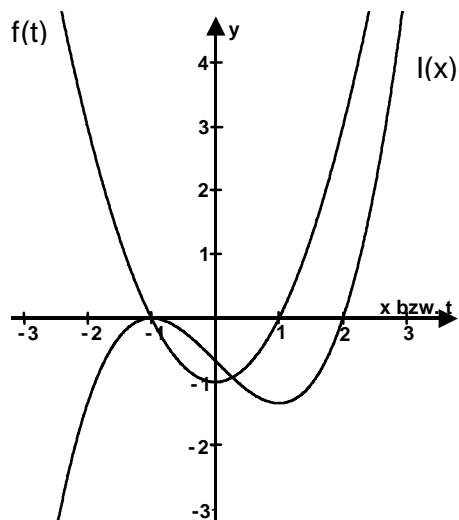
a) Es ist $I(x) = \int_{-1}^x f(t) dt = \int_{-1}^x (t^2 - 1) dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t \right]_{-1}^x = \frac{1}{3}x^3 - x - \frac{2}{3}$.

Aus $\frac{1}{3}x^3 - x - \frac{2}{3} = 0$ folgen die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 2$.

Da I' mit $I'(x) = x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ an den Stellen $x_3 = -1$ und $x_4 = 1$ das Vorzeichen wechselt, sind $x_3 = -1$ und $x_4 = 1$ Extremstellen von I .

Da I'' mit $I''(x) = 2x$ an der Stelle $x_5 = 0$ das Vorzeichen wechselt, ist $x_5 = 0$ eine Wendestelle von I .

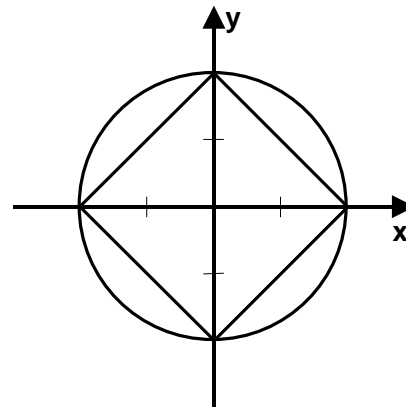
b)



Zu I.2.1:

a) **1. Möglichkeit:** (Anwendung von Volumenformeln)

Das Volumen des Drehkörpers ergibt sich als Differenz eines Kugelvolumens und des Volumens eines Doppelkegels.



2. Möglichkeit: (Integralrechnung)

Man führt ein Koordinatensystem ein und berücksichtigt die Symmetrie der Konfiguration.

Das gesuchte Volumen V ergibt sich mithilfe der Formel

$$V = 2\pi \int_0^r [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx$$

wobei das Schaubild von f ein Viertelkreis und das Schaubild von g ein Geradenstück ist.

[Anmerkung:

Mit den Volumenformeln für Kugel und Kegel kann man direkt das gesuchte Volumen berechnen.

Verwendet man die allgemeine Volumenformel aus der Integralrechnung, so muss man zunächst Randfunktionen aufstellen und dann integrieren. Dieser Weg ist also umständlicher.]

b) (Die Schülerin/Der Schüler wählt eine der beiden Möglichkeiten.)

1. Möglichkeit:

$$V = V_{\text{Kugel}} - V_{\text{Doppelkegel}} = \frac{4}{3}\pi r^3 - 2 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot r = \frac{2}{3}\pi r^3.$$

2. Möglichkeit:

Ist V das gesuchte Volumen, so gilt $V = 2\pi \int_0^r [(f(x))^2 - (g(x))^2] dx$

mit $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ und $g(x) = r - x$.

$$\begin{aligned} \dots\dots\dots V &= 2\pi \int_0^r [r^2 - x^2 - (r-x)^2] dx = \int_0^r (2rx - 2x^2) dx \\ &= 2\pi \left[\frac{1}{2}rx^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^r = 2\pi \left(\frac{1}{2}r^3 - \frac{1}{3}r^3 \right) = \frac{2}{3}\pi r^3. \end{aligned}$$

Zu I.2.2:

a) (I) **Induktionsanfang:**

Für n=1 ist die Aussage wahr, da $1 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3$ ist.

(II) **Induktionsschritt:**

Es sei $k \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$ und man nimmt an, dass die Aussage für k gilt:

Dies besagt: $1 + 3 + 6 + 10 + \dots + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (k+1) = \frac{1}{6} \cdot k \cdot (k+1) \cdot (k+2)$.

Damit muss gezeigt werden, dass

$$1 + 3 + 6 + 10 + \dots + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (k+1) + \frac{1}{2} \cdot (k+1) \cdot (k+2) = \frac{1}{6} \cdot (k+1) \cdot k \cdot (k+2) \cdot (k+3)$$

gilt.

Dies ergibt sich wegen

$$\begin{aligned} &1 + 3 + 6 + 10 + \dots + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (k+1) + \frac{1}{2} \cdot (k+1) \cdot (k+2) \\ &= \frac{1}{6} \cdot k \cdot (k+1) \cdot (k+2) + \frac{1}{2} \cdot (k+1) \cdot (k+2) \\ &= (k+1) \cdot (k+2) \cdot \left(\frac{1}{6}k + \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{6} \cdot (k+1) \cdot (k+2) \cdot (k+3) \end{aligned}$$

Somit gilt die Aussage auch für k+1 und damit ist sie wahr für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$.

b) Es gilt $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n+1)$ (1)

und $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} \cdot n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)$ (2)

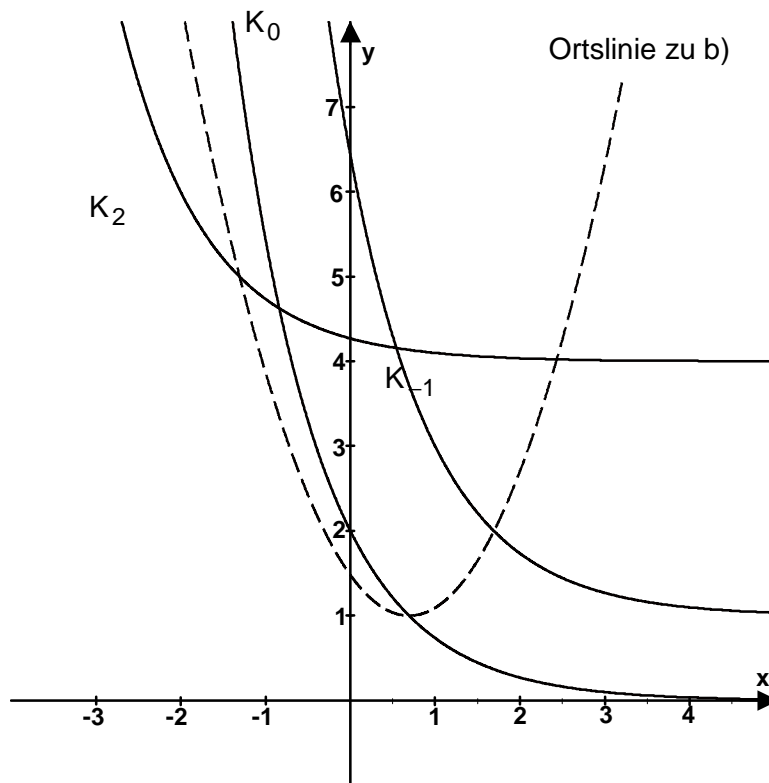
Addiert man (1) und (2) und multipliziert die Summe mit $\frac{1}{2}$, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}(1+1^2) + \frac{1}{2}(2+2^2) + \frac{1}{2}(3+3^2) + \dots + \frac{1}{2}(n+n^2) \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}n \cdot (n+1) + \frac{1}{6}n \cdot (n+1) \cdot (2n+1) \right] \end{aligned}$$

Hieraus folgt $1 + 3 + 6 + \dots + \frac{1}{2}n \cdot (n+1) = \frac{1}{6}n \cdot (n+1) \cdot (n+2)$.

Zu I.3.1:

a)



Beschreibung der wichtigsten Eigenschaften:

Alle Schaubilder K_t sind streng monoton fallend mit der waagerechten Asymptote $y = t^2$. Sie entstehen aus K_0 durch Verschiebung um t in die Richtung der negativen x -Achse und anschließende Verschiebung um t^2 in Richtung der positiven y -Achse.

b) Es ist $f_t(x) = \frac{2}{e^{x+t}} + t^2$ und $f'_t(x) = -\frac{2}{e^{x+t}}$.

Aus $-\frac{2}{e^{x+t}} = -1$ folgt $e^{-x-t} = \frac{1}{2}$ und hieraus $x_p = -t + \ln 2$.

Mit $f_t(x_p) = \frac{2}{e^{-t+\ln 2+t}} = 1 + t^2$ ergibt sich $P_t(-t + \ln 2 | t^2 + 1)$.

Gleichung der Ortskurve:

Aus $\begin{cases} x = -t + \ln 2 \\ y = t^2 + 1 \end{cases}$ folgt $y = (-x + \ln 2)^2 + 1$.

Nachweis, dass keine Scharkurve die erste Winkelhalbierende orthogonal schneidet:

$$\text{Es ist } f_t(x) = \frac{2}{e^{x+t}} + t^2 \text{ und } f'_t(x) = -\frac{2}{e^{x+t}}.$$

Außerdem gilt $g(x) = x$ und $g'(x) = 1$.

Aus der Bedingung für rechtwinkliges Schneiden $\left(-\frac{2}{e^{x+t}}\right) \cdot 1 = -1$ folgt wie

$$\text{oben } x_Q = -t + \ln 2.$$

Mit $f_t(x_Q) = 1 + t^2$ und $f'_t(x_Q) = g'(x_Q)$ folgt $1 + t^2 = -t + \ln 2$ bzw. $t^2 + t + 1 - \ln 2 = 0$.

Diese Gleichung hat keine Lösung, also schneidet keine Kurve der Schar die erste Winkelhalbierende senkrecht.

Zu I.3.2:

a) Es sei $f(t)$ die Menge des Medikaments im Körper des Patienten (in mg ab Beginn der Behandlung). Aus $f'(t) = 1,8 - 0,0005 \cdot f(t)$ folgt unmittelbar, dass es sich um begrenztes Wachstum handelt.

b) Es ist $f'(t) = 1,8 - 0,0005 \cdot f(t) = 0,0005 \cdot (3600 - f(t))$.

Die Funktion f mit $f(t) = 3600 - a \cdot e^{-0,0005 \cdot t}$ erfüllt diese Differenzialgleichung.

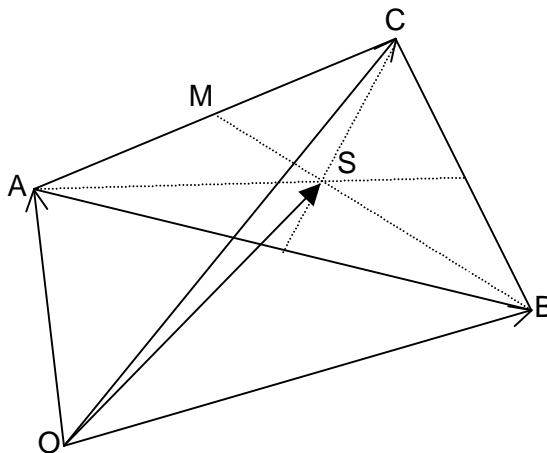
Aus $f(0)=25$ folgt damit $25 = 3600 - a$, also $a=3575$.

Damit beschreibt die Funktion f mit $f(t) = 3600 - 3575 \cdot e^{-0,0005 \cdot t}$ für $t \geq 0$ den Verlauf der Menge des Medikaments im Blut des Patienten.

c) Für $t \rightarrow \infty$ gilt $f(t) \rightarrow 3600$.

Bei einer längeren Behandlung ist also mit etwa 3600 mg des Medikaments im Körper des Patienten zu rechnen.

Zu II 1.1:



Sei $S = S_{ABC}$.

Nach Voraussetzung gilt:

$$\begin{aligned} \vec{OS} &= \vec{OM} + \frac{1}{3}\vec{MB} = \vec{OM} + \frac{1}{3}(\vec{OB} - \vec{OM}) = \frac{2}{3}\vec{OM} + \frac{1}{3}\vec{OB} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) + \frac{1}{3}\vec{b} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$

Zu II.1.2:

Damit die Punkte A, B, C, D eine dreiseitige Pyramide bilden, müssen die Vektoren

$$\vec{x} = \vec{AB};$$

$$\vec{y} = \vec{AC};$$

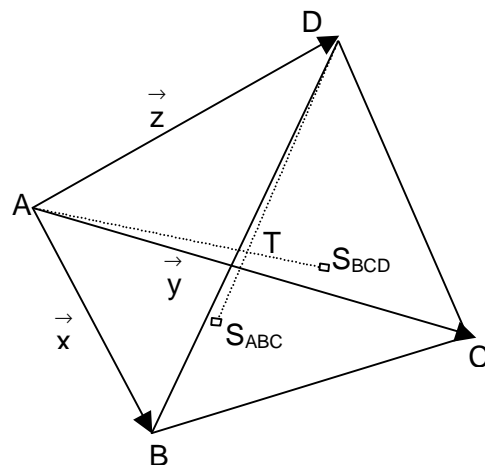
$$\vec{z} = \vec{AD} \quad \text{linear unabhängig sein.}$$

Es gilt: $\vec{AT} + \vec{TD} + \vec{DA} = \vec{0}$.

mit $\vec{AT} = \lambda \vec{AS}_{BCD} = \lambda \left(\frac{1}{3}\vec{x} + \frac{1}{3}\vec{y} + \frac{1}{3}\vec{z} \right)$

$$\vec{TD} = \mu \vec{S}_{ABC}D = \mu \left(-\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y} \right) + \vec{z} \right)$$

nach II 1.1 mit A als Ursprung.



Damit
$$\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TD} + \overrightarrow{DA} = \frac{\lambda}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}) + \mu\left(-\frac{1}{3}\vec{x} - \frac{1}{3}\vec{y} + \vec{z}\right) - \vec{z} = \vec{0}$$

$$\left(\frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{3}\right)\vec{x} + \left(\frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{3}\right)\vec{y} + \left(\frac{\lambda}{3} + \mu - 1\right)\vec{z} = \vec{0}$$

Wegen der linearen Unabhängigkeit von \vec{x} , \vec{y} und \vec{z} muss gelten:

$$(1) \quad \frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{3} = 0$$

$$(2) \quad \frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{3} = 0$$

$$(3) \quad \frac{\lambda}{3} + \mu - 1 = 0$$

Aus (1) und (2) folgt $\lambda = \mu$; aus (3) dann: $\lambda = \frac{3}{4}$.

Damit gilt: $\lambda = \mu = \frac{3}{4}$, also $\overrightarrow{TD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{S_{ABC}D}$ und $\overrightarrow{S_{ABC}T} = \frac{1}{4}\overrightarrow{S_{ABC}D}$

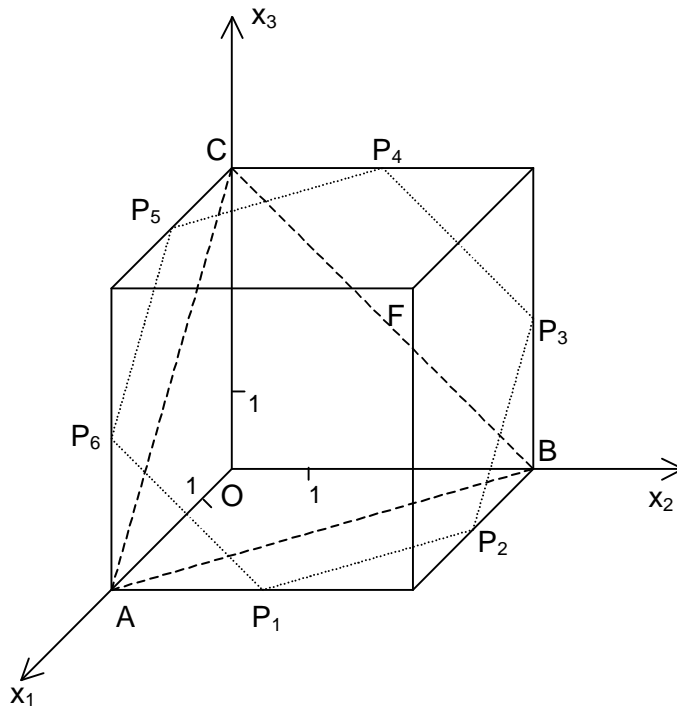
Somit teilt T die Strecke $S_{ABC}D$ im Verhältnis 1 : 3.

Zu II.2:

a) Eckpunkte des Würfels:

$O(0|0|0)$, $A(4|0|0)$, $B(0|4|0)$, $C(0|0|4)$ und $F(4|4|4)$.

Zeichnung von Würfel und Sechseck:



Umfangvergleich:

Schnittpunkte der Ebene $E: x_1 + x_2 + x_3 = 6$ mit den Würfelkanten:

$$x_1 = 4 \wedge x_3 = 0 \text{ ergibt } x_2 = 2; P_1(4|2|0)$$

$$x_2 = 4 \wedge x_3 = 0 \text{ ergibt } x_1 = 2; P_2(2|4|0)$$

$$\text{analog: } P_3(0|4|2); P_4(0|2|4); P_5(2|0|4); P_6(4|0|2).$$

Die Ecken des Sechsecks sind Mitten von Würfelkanten. Es handelt sich um ein regelmäßiges Sechseck mit den Seitenlängen $a = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \dots = \overline{P_6P_1} = 2\sqrt{2}$.

Umfang des Sechsecks ist dann $u_1 = 12\sqrt{2}$.

Das Dreieck ist ein gleichseitiges Dreieck mit den Seitenlängen $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 4\sqrt{2}$.

Umfang des Dreiecks ist $u_2 = 3 \cdot 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$.

Die beiden Umfänge stimmen überein.

b) Schnittfiguren der Ebene $E_a: x_1 + x_2 + x_3 = a$ mit dem Würfel:

Das Sechseck und das Dreieck aus a) sind Sonderfälle.

Grenzsituationen erhält man für $O \in E_a$, also $a = 0$,

bzw. für $F \in E_a$, also $a = 4 + 4 + 4 = 12$.

Für $0 \leq a \leq 12$ schneidet E_a den Würfel.

Für $0 < a < 12$ erhält man eine Schnittfigur.

Für $0 < a \leq 4$ oder $8 \leq a < 12$ ist diese Schnittfigur ein Dreieck.

($a = 4$ ergibt Dreieck ABC);

$a = 8$ liefert ein Dreieck mit den Eckpunkten $(4|4|0)$, $(0|4|4)$, $(4|0|4)$.

Für $4 < a < 8$ ist die Schnittfigur ein Sechseck.