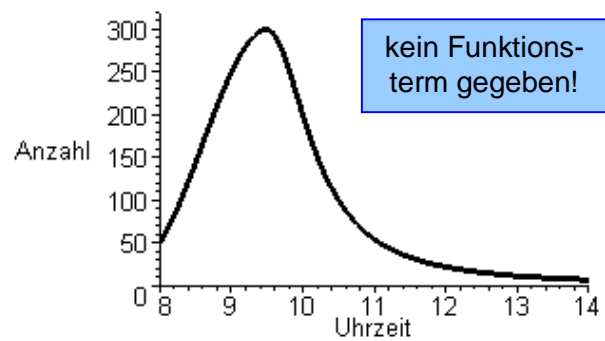


Aufgabe 1 (Warteschlange am Kartenschalter)

Das Schaubild zeigt die Entwicklung der **momentanen Ankunftsrate** (Ankommende pro Stunde) am Kartenschalter eines Musiktheaters. Der Schalter öffnet um 9.00 Uhr; pro Stunde werden 200 Personen abgefertigt.

Bestimme jeweils einen möglichst genauen **Schätzwert** für

- die Länge der Schlange um 9.00 Uhr.
- die Rate, mit der die Schlange um 10.00 Uhr wächst.
- den Zeitpunkt, an dem die Schlange am längsten ist.
- die Wartezeit einer Person, die um 9.00 Uhr kommt.
- den Zeitpunkt, an dem sich die Schlange auflöst.



Verständnisfragen
Mittlung **nicht**
notwendig über ein
Integral

Aufgabe 2 (Luftvolumen in der Lunge)

Die **momentane Änderungsrate** des Luftvolumens in der Lunge kann durch die Funktion f mit

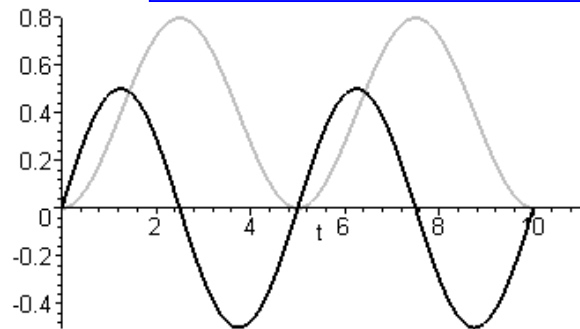
$$f(t) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2}{5} \pi t\right); t \geq 0$$

modelliert werden

(Volumen in Liter, Zeit t in Sekunden).

- Welche **Bedeutung** hat die **Integralfunktion** bzgl. 0 von f ?

Wir nehmen an, dass zur Zeit t=0 keine Luft in der Lunge ist. Das folgende Diagramm zeigt den zeitlichen Verlauf des Luftvolumens in der Lunge und der momentanen Änderungsrate des Luftflusses.



- Welche Kurve beschreibt den zeitlichen Verlauf des Luftvolumens in der Lunge?

- Wie groß ist das maximale (minimale) Luftvolumen in der Lunge?

- Wann enthält die Lunge die Hälfte des maximalen Luftvolumens?

- Wie groß ist die mittlere **Luftflussrate** während der Zeitintervalle [0 ; 2,5] , [2,5 ; 5] und [0 ; 5] ?

Verständnis
Mittlung über
Integral

- Wie groß ist das **mittlere Luftvolumen** in der Lunge während der Zeitintervalle

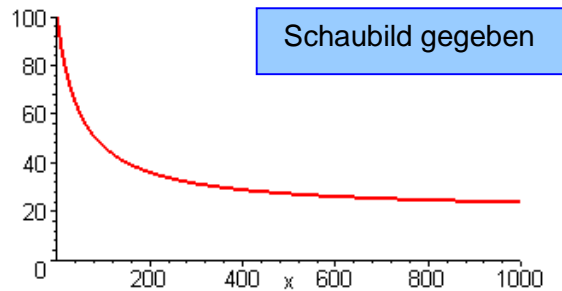
[0 ; 2,5] , [2,5 ; 5] und [0 ; 5] ?

zweimalige
Integration

Aufgabe 3 (Airbus)

Die Fertigungskosten $f(x)$ (in willkürlichen Geldeinheiten), welche bei Serienfertigung für ein AIRBUS-Seitenleitwerk aus Metall angefallen sind, werden angenähert durch $f(x) = \frac{20x + 5000}{x + 50}$ beschrieben. Dabei bedeutet x die Anzahl der hergestellten Seitenwerke.

Die folgende Figur zeigt ein Schaubild C_f von f .



- a) **Interpretieren** Sie den Verlauf von C_f **anwendungsbezogen** (Stichworte: Lerneffekt, Rationalisierung).
Mit welchen Herstellungskosten pro Stück ist langfristig zu rechnen?

Interpretation

- b) Nach Fertigung des 299. Leitwerksexemplars steht eine neue Technologie zur Verfügung, bei der das Flugzeugteil weitgehend aus kohlefaserverstärktem Kunststoff hergestellt wird. Die Herstellungskosten $g(x)$ für eines dieser deutlich leichteren Leitwerke werden näherungsweise durch $g(x) = \frac{15x - 5000}{x - 280}$; $x \geq 300$ beschrieben.

Ab welcher Stückzahl führt die neue Technologie zu günstigeren Herstellungskosten?

Übertragen Sie die oben dargestellte Kurve C_f auf ihr Arbeitsblatt und skizzieren Sie im selben Achsenkreuz das Schaubild C_g von g .

Hilfsmittel GTR!

- c) Die Kurve C_g , die x -Achse und die Geraden $x=300$ und $x=399$ begrenzen eine Fläche. Der Inhalt dieser Fläche entspricht einem Näherungswert für die Fertigungskosten, welche bei Fertigung mit der neuen Technologie für die ersten 100 Leitwerke insgesamt aufgewendet werden müssen.

Zeigen Sie, dass die neue Technologie ab dem 721. Seitenleitwerk insgesamt rentabel wird.

Erläutern Sie anhand der Schaubilder C_f und C_g die Aussage: „Die

Einführung einer neuen Technologie kann vorübergehend zu großen Verlusten, manchmal sogar zum Konkurs führen“.

num. Integration
mittels GTR!

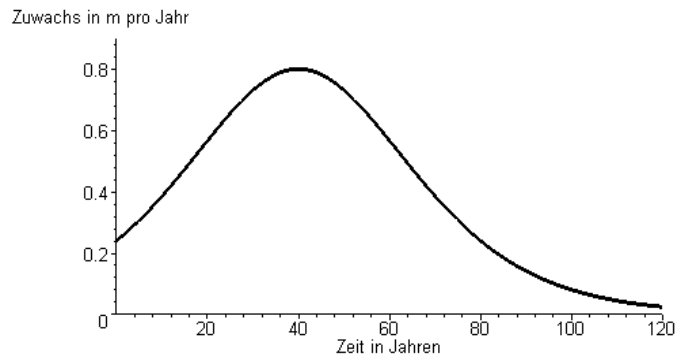
Interpretation,
Verständnis

Aufgabe 4 (Höhenwachstum einer Fichte)

Die folgende Abbildung zeigt die Entwicklung der **momentanen Höhenzuwachsrate** w einer Fichte in Abhängigkeit von ihrem Alter t (Zuwachsrate in m pro Jahr; Alter in Jahren seit dem Pflanzen des Fichtensetzlings).

w kann **in den ersten zwanzig Jahren** näherungsweise beschrieben werden durch

$w_1(t) = 0,24 \cdot e^{0,045 \cdot t}$; (t in Jahren, $w_1(t)$ in m pro Jahr).



Eine Fichte gilt als ausgewachsen, wenn der gesamte in der Folgezeit noch zu erwartende Zuwachs an Höhe nur noch weniger als 2 m beträgt.

Ermitteln Sie unter Verwendung von **erkennbaren Symmetrieeigenschaften** des angegebenen Schaubildes, wann dies der Fall ist.

Wie groß ist der **durchschnittliche jährliche Höhenzuwachs** in den ersten zwanzig Jahren?

GTR !

Aufgabe 5

Eine Gerade zerlegt die Ebene in zwei Gebiete. Untersuchen Sie, in wieviele Gebiete die Ebene durch n Geraden höchstens zerlegt werden kann.

Variante A

Geben Sie eine **Rekursionsvorschrift** für die Maximalzahl $Z(n)$ an und bestimmen Sie damit eine explizite Berechnungsvorschrift für die Maximalzahl $Z(n)$ der Gebiete bei n Geraden.

Variante B

Erklären Sie, dass die Maximalzahl $Z(n)$ der Teilgebiete der **Rekursionsvorschrift** $Z(n+1) = Z(n) + n + 1$ genügt.

Geben Sie eine explizite Berechnungsvorschrift an und **beweisen** Sie diese.

vollst.
Induktion