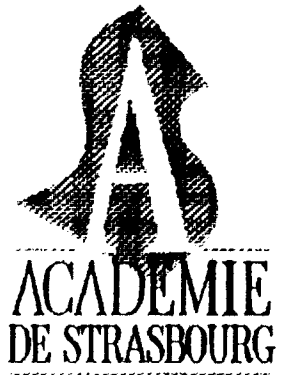


# Mathematik ohne Grenzen



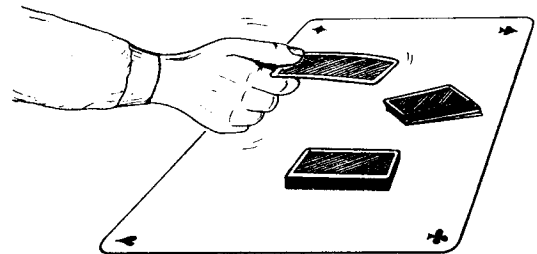
Wettbewerb vom 16. März 1995

- Bei den Aufgaben 2, 5, 6, 8 und 9 genügt die Angabe der Lösung. Bei allen anderen Aufgaben muß die Lösung begründet werden.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird in die Bewertung einbezogen.
- Auch unvollständige Lösungen werden bei der Korrektur berücksichtigt.
- Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Lösungsblatt erforderlich.

Aufgabe  
1  
10 Punkte

## Hokuspokus

Bearbeite diese Aufgabe in Französisch, Englisch, Italienisch oder Spanisch.



Un jeu de 32 cartes est constitué de 8 cartes de valeurs différentes dans chacune des 4 couleurs.

Arsène, le magicien demande à ses amis de tirer une à une, au hasard des cartes d'un jeu de 32 cartes et de les empiler faces cachées sur la table.

Au moment choisi par Arsène, le tirage s'arrête. Il déclare alors qu'il y a dans la pile au moins 3 cartes de la même valeur (par exemple 3 sept, 3 dames, ...).

Arsène connaît le plus petit nombre de cartes qu'il doit faire empiler pour être sûr de ne jamais se tromper.

Quel est ce nombre? Expliquer la réponse.

★★★★★

A game of 32 cards is made of 8 cards of different values in each of the four suits.

Arsene, the magician, asks his friends to choose cards at random, one by one from the pack of 32 cards and to place them in a pile, face down on the table.

At a given moment chosen by Arsene, the draw stops.

He then declares that there are at least 3 cards of the same value in the pile (for example 3 sevens, 3 queens, ...).

Arsene knows the smallest number of cards that his friends must pile up to be sure of never making a mistake.

What is this number? Explain your answer.

Un gioco di 32 carte è costituito da 8 carte di valore differente in tutti e quattro i colori.

Arsene, il prestigiatore, chiede ai suoi amici di estrarre dal mazzo, a caso, una carta per volta e di impilare, coperte sul tavolo.

Ad un certo istante, scelto da Arsene, l'operazione viene interrotta; egli dichiara, allora, che nel mucchietto sul tavolo ci sono almeno 3 carte dello stesso valore (per esempio 3 sette, oppure 3 regine ...).

Arsene conosce il numero minimo di carte che deve lasciare impilare per essere sicuro di non sbagliarsi mai.

Quale è questo numero? Si giustifichi la risposta.

★★★★★

Una baraja de 32 cartas se compone de 8 cartas de diferente valor en cada una de los 4 colores.

Arsenio, el mago, pide a sus amigos que saquen de una en una, al azar, cartas de una baraja de 32 cartas y que las apilen boca abajo sobre la mesa.

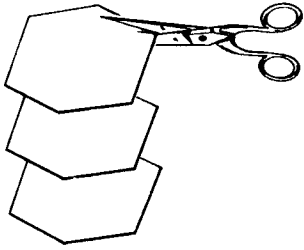
En el momento elegido por Arsenio, el tiraje se detiene. Entonces dice que en el montón hay al menos 3 cartas del mismo valor (por ejemplo 3 sietes, 3 damas, ...).

Arsenio conoce el número mínimo de cartas que se debe apilar para estar seguro de no equivocarse nunca.

¿Cuál es dicho número? Explicar la respuesta.

**Aufgabe 2**  
5 Punkte

## Dreimal sechs



Stelle drei regelmäßige, kongruente Sechsecke her.

Zerschneide das erste Sechseck so, daß du sechs kongruente Dreiecke erhältst.

Zerschneide auch das zweite Sechseck in sechs kongruente Dreiecke, die sich jedoch von den ersten sechs unterscheiden.

Lege nun die zwölf Dreiecke und das dritte Sechseck lückenlos und ohne Überlappungen so aneinander, daß sich ein neues Sechseck ergibt. Klebe die Anordnung auf das Antwortblatt.

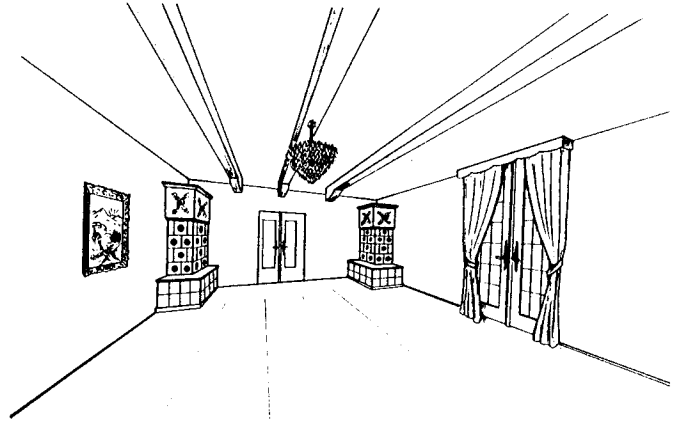
**Aufgabe 4**  
5 Punkte

## Überhitzt

Im Schloß von Baron Münchhausen gibt es einen quadratischen Raum mit 7 m Seitenlänge. In jeder der vier Ecken steht ein Ofen, dessen Standfläche ebenfalls quadratisch ist und 1 m<sup>2</sup> mißt.

Die restliche Fläche soll vollständig mit rechteckigen Platten von 3 m Länge und 1 m Breite belegt werden.

Ist dies möglich, ohne die Platten zu zerschneiden? Erkläre deine Antwort.



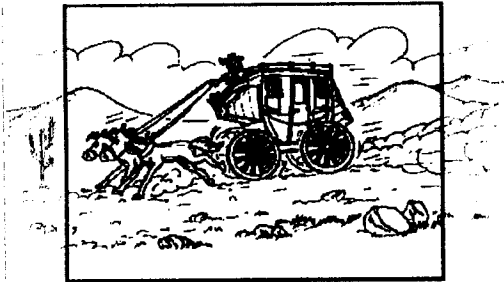
**Aufgabe 3**  
10 Punkte

## 16 : 9

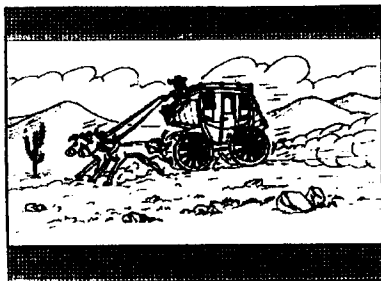
Unter dem Format eines Bildes versteht man das Verhältnis der Seitenlängen.

Um einen Kinofilm mit dem Bildformat 16:9 auf dem Rechteckbildschirm eines Fernsehgeräts vom Format 4:3 zu zeigen, gibt es zwei Möglichkeiten:

- Die Bildhöhe nimmt die gesamte Höhe des Bildschirms ein. Dabei geht links und rechts ein Teil des Bildes verloren.



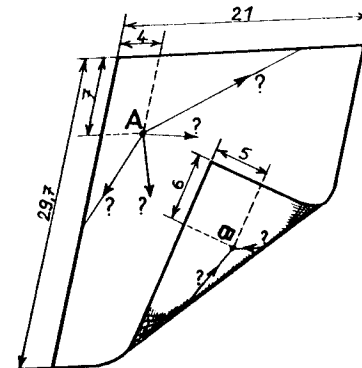
- Das Filmbild wird vollständig auf dem Fernsehschirm abgebildet, wobei man am oberen und unteren Bildschirmrand schwarze Streifen in Kauf nehmen muß.



Vergleiche den Anteil des Bildes, das im ersten Fall verlorengeht, mit dem Anteil des Bildschirms, der im zweiten Fall nicht genutzt wird. Erkläre den Lösungsweg.

**Aufgabe 5**  
10 Punkte

## Seitenwechsel



Zeichne auf der Vorderseite des Antwortblattes vom Format DIN A4 den Punkt A und auf der Rückseite den Punkt B ein, so wie es in der Abbildung angegeben ist (alle Angaben in cm).

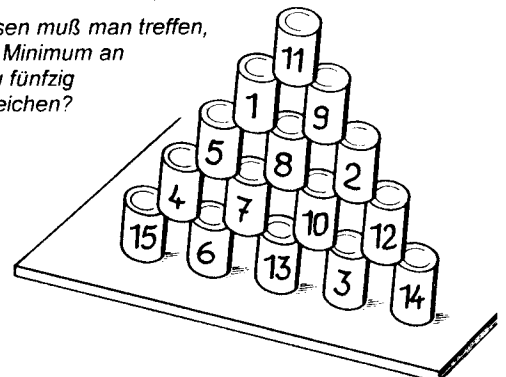
Finde den kürzesten Weg, welcher über den Blattrand von A nach B führt, und zeichne ihn ein.

**Aufgabe 6**  
5 Punkte

## Wurfbude

In einer Wurfbude sind Büchsen aufgestellt, die alle eine Nummer tragen. Eine Büchse fällt, wenn sie von einem Ball getroffen wird oder wenn eine der beiden Büchsen, auf denen sie steht, umfällt.

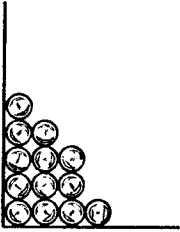
Welche Büchsen muß man treffen, um mit einem Minimum an Würfeln genau fünfzig Punkte zu erreichen?



**Aufgabe 7**  
10 Punkte

## Gut angelegt

Paul sammelt Münzen und möchte sie in einer flachen quadratischen Schachtel so aufbewahren, daß der Boden nur mit einer einzigen Lage bedeckt ist.



Die Münzen, die er einordnen will, haben alle einen Durchmesser von 2 cm, der Schachtelboden hat eine Seitenlänge von 28 cm.

Paul ordnet die Münzen so an, wie es auf der Abbildung zu sehen ist.

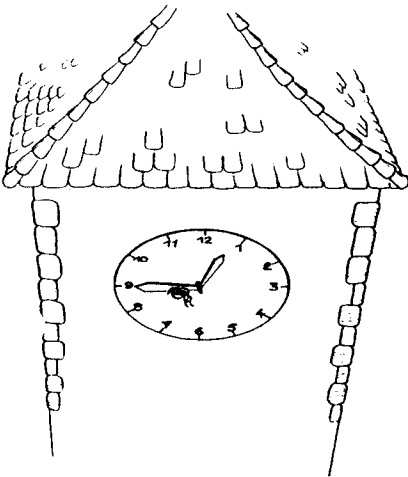
Suche eine andere Anordnung, welche es erlaubt, mehr Münzen unterzubringen.

Wieviele Münzen kannst du so auf dem Schachtelboden unterbringen? Erkläre.

**Aufgabe 8**  
5 Punkte

## Zeitreise

Eine Schnecke kriecht langsam und mit konstanter Geschwindigkeit auf dem großen Zeiger einer Kirchturmuhre.

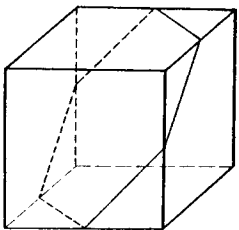


Sie beginnt am äußeren Ende des Zeigers, 90 cm vom Mittelpunkt des Zifferblattes entfernt. Es dauert eine Stunde, bis sie den Mittelpunkt schließlich erreicht hat.

Zeichne das Zifferblatt der Uhr und trage darauf den Weg der Schnecke ein (Maßstab 1:10).

**Aufgabe 9**  
10 Punkte

## Halb und halb



Ein Würfel mit einer Kantenlänge von 4 cm wird von einer Ebene geschnitten, welche durch die Mitte von sechs Würfelkanten verläuft (siehe Abbildung).

Man erhält so zwei Würfelhälften, welche ein regelmäßiges Sechseck als gemeinsame Schnittfläche haben.

Zeichne auf das Antwortblatt das Netz einer der beiden Würfelhälften samt Schnittfläche.

**Aufgabe 10**  
5 Punkte

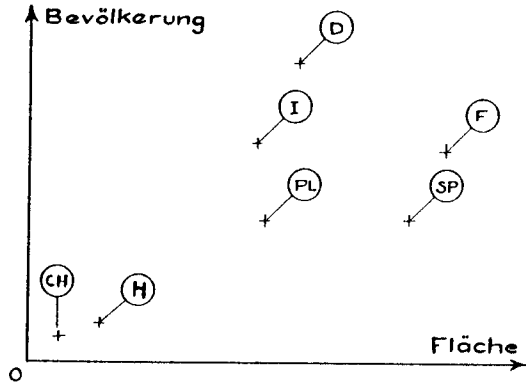
## Völker verbindend

Auf dem untenstehenden Schaubild repräsentiert jeder Punkt ein Teilnehmerland von "Mathematik ohne Grenzen".

Die Punkte wurden so plaziert, daß die Fläche des jeweiligen Landes auf der Rechtsachse und die Einwohnerzahl auf der Hochachse aufgetragen wurde.

Ordne mit Hilfe dieses Schaubilds die eingezeichneten Länder in aufsteigender Reihenfolge nach ihrer Bevölkerungsdichte (Einwohner / km<sup>2</sup>).

Erkläre, wie du vorgegangen bist.



**Aufgabe 11**  
10 Punkte

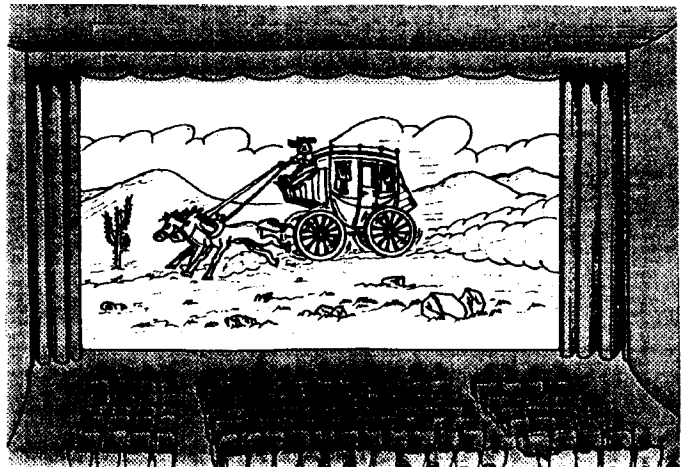
## 100 Jahre Kino

Vielleicht hast du im Film schon einmal eine Kutsche gesehen, die von Indianern verfolgt wird. Manchmal sieht es so aus, als stünden die Räder still oder drehen sich sogar rückwärts.

Dies kommt daher, daß der Film aus Einzelbildern zusammengesetzt ist, die nacheinander projiziert werden. Dreht sich nun zwischen zwei Bildern das Rad gerade so weit, daß jede Radspeiche die Position ihres Vorgängers eingenommen hat, so scheint das Rad stillzustehen.

Wie groß ist in diesem Fall die Geschwindigkeit der Kutsche, wenn man von einem Rad mit 12 Speichen und einem Raddurchmesser von 1,20 m ausgeht und die Kamera 24 Bilder pro Sekunde aufgenommen hat?

Gib den Rechenweg an und drücke das Ergebnis in der Einheit km/h aus.



Aufgabe  
12  
15 Punkte

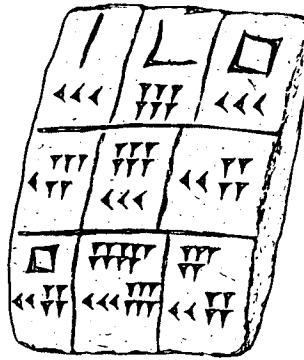
BM 85 196

Im Britischen Museum ist die babylonische Tontafel BM 85196 aufbewahrt. Sie stammt aus der Zeit 2000 v. Chr. und man konnte darauf den folgenden sumerischen Text entziffern:

"Ein Stab von 30' steht senkrecht an einer Wand. Oben sinkt er um 6'. Wie weit entfernt er sich unten?"

**Lösung:** Nimm das Quadrat von 30', so wirst du 15' finden. Ziehe 6' ab von 30' und du findest 24'. Nimm das Quadrat von 24', du findest 9'36". Ziehe 9'36" von 15' ab; du findest 5'24". Wovon ist 5'24" das Quadrat? Es ist das Quadrat von ##### (unleserlich).

Am Boden hat sich der Stab um ##### entfernt. So muß man es lösen."



Die Sumerer rechneten im Sexagesimalsystem. Die Einheit wurde in 60 Minuten (60') und die Minute in 60 Sekunden (60'') geteilt.

Mache eine Zeichnung und löse die Aufgabe nach heutigen Methoden.

Ersetze dann die unleserlichen Teile und erkläre die Zwischenergebnisse des Dokuments.

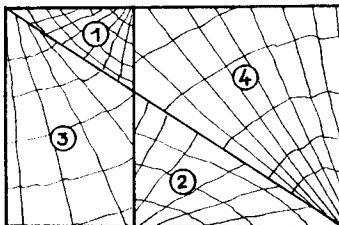
## Aufgaben 13 bis 15 nur für Klasse 11

Aufgabe  
13  
5 Punkte

Stückwerk

Ein Rechteck wird durch zwei Strecken so in zwei Trapeze und zwei Dreiecke zerlegt, wie es auf der Abbildung zu sehen ist. Die Flächeninhalte der Dreiecke 1 und 2 betragen  $1 \text{ dm}^2$  und  $4 \text{ dm}^2$ .

Bestimme die Flächeninhalte der Trapeze 3 und 4 in der Einheit  $\text{dm}^2$ .



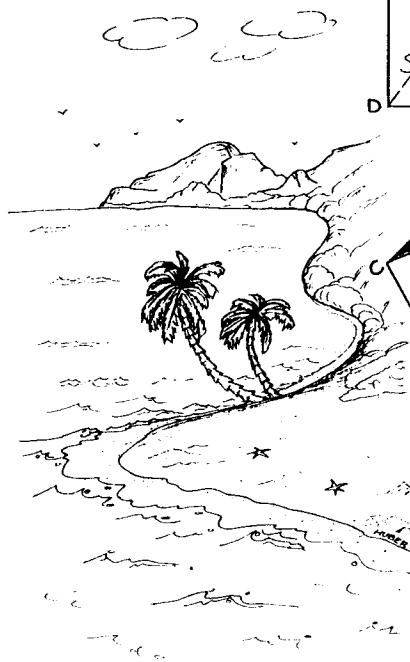
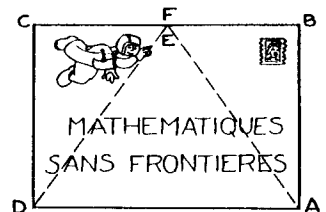
Aufgabe  
15  
15 Punkte

Sandmann

In den Ferien wollte ich vom Strand etwas Sand als Souvenir mitnehmen. Ich hatte nur einen benutzten Briefumschlag, welcher an seiner oberen Kante offen war, und etwas Klebeband. Durch Falten fertigte ich daraus eine dreiseitige Pyramide, wobei die Punkte B und C aufeinander zu liegen kamen. Danach füllte ich meine Pyramide mit Sand und verschloß die Öffnung mit Klebeband.

Mein Briefumschlag war  $16 \text{ cm}$  lang. Das Verhältnis der Länge zur Breite war  $\sqrt{2}$ .

Berechne auf  $1 \text{ cm}^3$  genau, wieviel Sand ich mitnehmen konnte.



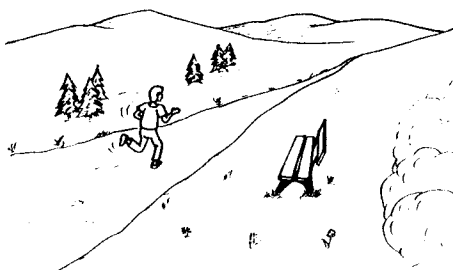
Aufgabe  
14  
10 Punkte

Trimm dich

Wenn Georg läuft, ist er doppelt so schnell, wie wenn er geht.

Gestern hat er 45 Minuten trainiert und ist doppelt so lang gegangen, wie er gelaufen ist. Heute hat er dieselbe Strecke zurückgelegt und ist doppelt so lang gelaufen, wie er gegangen ist.

Berechne die Zeit, die er heute trainiert hat.



Zu Mathematik ohne Grenzen: Übersicht