

Aufgabe a (7 Punkte)

Für jedes $t > 0$ ist eine Funktion f_t gegeben durch

$$f_t(x) = \frac{t(2x - 3)}{(x - 2)^2} + 4$$

Ihr Schaubild sei K_t .

Geben Sie die maximale Definitionsmenge D an.

In welchem Punkt A schneiden sich die Asymptoten von K_t ?

Bestimmen Sie t_1 so, dass der Hochpunkt von K_t bei $H(1/2)$ liegt.

Bestimmen Sie t_2 so, dass der Hochpunkt von K_t die x -Achse berührt.

Für $t > t_2$ bildet K_t und die x -Achse eine Fläche.

Berechnen Sie für $t = 8$ näherungsweise deren Inhalt.

Aufgabe b (8 Punkte)

Entlang eines Treppenaufgangs gibt es fünf Haltepunkte, an denen ein Holzgeländer mit kreisrundem Querschnitt so befestigt werden soll, dass es auf den Haltepunkten aufliegt.

Die Haltepunkte sind durch die Punkte $P(1/2)$, $Q(2/4)$, $R(4/4)$, $S(7/8)$ und $T(10/9)$ in einem Koordinatensystem festgelegt. (Längeneinheit der Achsen: 1m).

Bestimmen Sie die ganzrationale Funktion niedrigsten Grades, deren Schaubild die Unterkante des Holzgeländers wiedergibt und zeichnen Sie Haltepunkte und Schaubild der ganzrationalen Funktion.

Warum ist das Ergebnis unbefriedigend ?

Verbessern Sie das Ergebnis durch kubische Splines, die wiederum die Unterkante des Geländers wiedergeben sollen. Die vier Teilintervalle ergeben sich durch die Haltepunkte.

Stellen Sie auch dieses Ergebnis graphisch dar.

Aufgabe c: (8 Punkte)

Die Große Küstentanne erreicht ein maximales Wachstum von 1,5 m pro Jahr und wird bis zu 90 m hoch. Der Baum wird im Alter von 70 Jahren gefällt.

Wie hoch ist der Baum zu diesem Zeitpunkt, wenn logistisches Wachsen angenommen wird und der Baum im Alter von 4 Jahren 2 m hoch ist?

(Teilergebnis: 58,4 m)

Stellen Sie den Baum mithilfe einer um die x -Achse rotierenden Geraden dar, wobei der Baum unten einen Durchmesser von 2 m hat und die Spitze als Punkt betrachtet werden kann.

Aufgabe d: (7 Punkte)

Der Teil des Holzgeländers zwischen den Punkten S und T soll aus einem einzigen zylinderförmigen Holzstück gefertigt werden. Der Querschnittsdurchmesser des Geländers beträgt 10 cm.

Das Holzstück ist Teil des Baumstamms aus Aufgabe c und sollte möglichst nahe der Baumspitze entnommen werden, damit wenig Abfall entsteht.

Welcher Teil des Stammes sollte verwendet werden, damit zum einen dieser Teil des Holzgeländers daraus hergestellt werden kann, zum anderen aber kein unnötiger Holzabfall entsteht?

