

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung 2002
Haupttermin

Pilotprojekt Mobiles Klassenzimmer
Leistungskurs, lokale Aufgabe

Aufgabe I,2

- a) Ein Körper der Temperatur $y(t)$ paßt sich - Abkühlung oder Erwärmung - an die Temperatur T_0 seiner Umgebung mit einer Geschwindigkeit an, die proportional ist zur Differenz seiner Temperatur und der Umgebungstemperatur (Newtonsches Abkühlungsgesetz)
Stellen Sie eine Differentialgleichung für dieses Gesetz auf und löse Sie diese nach $y(t)$ auf.. (4VP)
- b) Ein Körper mit der Temperatur 60°C wird einer Raumtemperatur von 20°C ausgesetzt. Nach 10 Minuten hat er eine Temperatur von 40°C .
Bestimmen Sie die momentane Temperatur des Körpers $y(t)$ als Funktion der Zeit t (t : in Minuten) .
Welche Temperatur hat der Körper nach 20 Minuten? (5VP)
- c) Man stellt es sich zwar nicht gern vor, aber angenommen es sei „englisches Wetter“, das heißt es regnet dauernd in gleicher Stärke. Im Garten wird eine leere Tonne aufgestellt, die pro Stunde 8 Liter Regenwasser aufnimmt. Da die Tonne schon etwas undicht ist, verliert sie in einer Stunde 10% des Inhalts, das sie am Ende der vorherigen Stunde hatte.
Stellen Sie eine Differentialgleichung für die Wachstumsgeschwindigkeit des Wasserinhalts auf und lösen Sie diese.
Welchen Inhalt hat die Tonne nach 10 Stunden?
Wann hat die Tonne genau 50 Liter Inhalt?
Welches Fassungsvermögen muß die Tonne haben, damit nie Wasser überlaufen kann? (9VP)
- d) Wieviel Wasser verliert die Tonne in der ersten Stunde?
Wieviel verliert sie in der n -ten Stunde und wieviel pro Stunde verliert sie auf lange Sicht? (5VP)

- e) Bestimmen Sie für die Funktion $f : x \mapsto \frac{1}{x+2}$ das Taylor-Polynom $P_5(x,0)$ vom Grad 5 mit dem Mittelpunkt $x_0=0$.

Zeichnen Sie die Schaubilder der Funktion und des ermittelten Taylor-Polynoms.
Stellen Sie mit Hilfe des Schaubilds eine Vermutung über den Konvergenzradius des Taylor-Polynoms $P_n(x,0)$ auf und beweisen Sie diese Vermutung.

(7VP)