

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung 2003

CAS-Versuchsschulen mit Maple

Aufgabe I 2

Haupttermin

Leistungskurs Analysis

Blatt 1 - 2

Zu jedem $t \in \mathbb{I}$ ist eine Funktion f_t gegeben durch

$$f_t(x) = \frac{1}{2}(x-t)^2 e^{-\frac{x}{2}}$$

Ihr Schaubild heißt K_t

- a) Plote K_t für ganzzahlige t mit $-5 \leq t \leq 1$ verschiedenfarbig in einem geeigneten - Extrempunkte im Bild – Bereich eines Koordinatensystems mit gleicher Längeneinheit. Erstelle einen weiteren Plot in einem geeigneten Bereich, der K_t für ganzzahlige t mit $-5 \leq t \leq 1$ nacheinander (animiert) zeichnet. Die Hochpunkte der Funktionen f_t , $t \in \mathbb{I}$, bilden eine Kurve C (Ortskurve der Hochpunkte). Bestimme die zugehörige Funktion mit Definitionsmenge und Wertemenge. Füge die Kurve C in den ersten Plot mit ein.

(8 Punkte)

- b) Die Schaubilder K_{-2} und K_{-1} schließen mit der Geraden mit der Gleichung $x = u$ mit $u > 0$ eine Fläche ein. Bestimme diesen Flächeninhalt. Berechne den Flächeninhalt der nach rechts offenen Fläche zwischen K_{-2} und K_{-1} . Bestimme t so, dass die nach rechts offene Fläche zwischen K_t und K_{t+1} einen Flächeninhalt von 1 hat.

(6 Punkte)

- c) K_0 soll für $-3 \leq x \leq 5$ einen Teil des Höhenprofils einer Modellachterbahn darstellen. (Längeneinheit : 1 dm). Da für $x < -\frac{1}{2}$ die Steigung von K_0 unrealistisch ist, soll an der Stelle $x = -\frac{1}{2}$ das Schaubild einer Funktion g mit

$$g(x) = a \cdot [\ln(-2x)] + b$$

stetig und differenzierbar an K_0 anschließen. Das Schaubild von g soll dann den Verlauf des Höhenprofils im Intervall $[-3 ; -\frac{1}{2}]$ darstellen.

Zeige, dass dann $a = \frac{9}{32}e^{\frac{1}{4}}$ und $b = \frac{1}{8}e^{\frac{1}{4}}$ ist.

Plotte die Kurve dieses Höhenprofils.

Überprüfe rechnerisch, ob dieses Profil auf dem Intervall $[-3 ; 5]$ der Vorgabe genügt, dass die Steigung betragsmäßig unter 80 % bleibt.

(8 Punkte)

- d) auf Blatt 2

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung 2003

CAS-Versuchsschulen mit Maple

Aufgabe I 2

Haupttermin

Leistungskurs Analysis

Blatt 2

d) Aus einem Holzquader soll das Modell eines Fahrzeugs (für die Achterbahn) herausgefräst werden. Im kartesischen Koordinatensystem soll das (seitliche) Profil des Fahrzeugs durch die Punkte

$P_1(0 ; 0)$, $P_2(1 ; 7)$, $P_3(3 ; 3)$, $P_4(4 ; 2)$, $P_5(5;2)$, $P_6(6 ; 3)$, $P_7(8 ; 3)$ und $P_8(11 ; 1)$

gehen. (Längeneinheit: 1 cm)

Das Profil des ebenen Bodens liegt vereinfachend auf der x-Achse.

d1) Bestimme einen kubischen Spline, der das Profil beschreibt, und plote diese Profilkurve zusammen mit den gegebenen Punkten in ein kartesisches Koordinatensystem.

d2) Welchen Rauminhalt hat das 12 cm breite (massive) Modell, wenn der Boden eben ist und das Profil durch den kubischen Spline aus d1) beschrieben wird. (Näherungswert).

d3) Plote ein Schrägbild des (massiven) Modells.

(8 Punkte)