

Aufgabe A:

Gegeben ist eine Funktion f durch $f(x) = 5 \cdot (e^{-x} - e^{-2x})$, $x \in \mathfrak{R}$

Ihr Schaubild sei K .

a) Eine beliebige Tangente an K schneidet die y -Achse im Punkt P .

Durch welche Punkte P der y -Achse gibt es keine, eine, zwei oder drei Tangenten?

Geben Sie einen Punkt der y -Achse an, durch den drei Tangenten gehen, und zeichnen

Sie ihn samt den Tangenten und K .

(7 VP)

b) Bei einem Chemieunfall gelangt Gift in einen Fluss. Für $t \geq 0$ (t : Zeit in Tagen nach dem Unfall) stellt

$g(t) = 5 \cdot (e^{-t} - e^{-2t})$ die Giftkonzentration in $\frac{g}{m^3}$ dar, die an einer Messstelle flussabwärts ermittelt wird.

Dort beträgt die Wasserstromstärke $8 \frac{m^3}{s}$.

- Zu welchem Zeitpunkt nach dem Unfall ist die Konzentration am höchsten, und wie groß ist sie dann?

Ab wann ist sie kleiner als $0,01 \frac{g}{m^3}$?

- Bestimmen Sie die mittlere Konzentration in den ersten 3 Tagen. Berechnen Sie daraus die in dieser Zeit durchgeflossene Giftmenge.

- Nun sei t_s die Zeit in Sekunden nach dem Unfall. Begründen Sie, dass die Giftkonzentration durch den

Term $h(t_s) = 5 \cdot (e^{-\frac{t_s}{86400}} - e^{-\frac{t_s}{43200}})$ beschrieben wird.

Geben Sie einen Term $m(t_s)$ für die zur Zeit t_s je Sekunde an der Messstelle vorbeifließende Giftmenge

in $\frac{g}{s}$ an.

Berechnen Sie die gesamte bei dem Unfall freigesetzte Giftmenge.

(8 VP)

Aufgabe B :

Zwei Flugzeuge F_1 und F_2 bewegen sich durch den Raum. Ihr Ort zur Zeit t wird jeweils beschrieben durch

$$F_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 150t - 8000 \\ -80t + 4000 \\ 10t + 3000 \end{pmatrix} \quad F_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10000 \cos(0,02t - 1) - 5000 \\ 10000 \sin(0,02t - 1) + 3000 \\ -t + 5000 \end{pmatrix}$$

(Koordinaten in m, t in Sekunden).

a) Auf was für einer Bahn fliegt F_1 ? Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich F_1 ?

Stellen Sie die beiden Flugbahnen grafisch dar.

Die Flugbahn von F_2 ist eine Spirale. Wie viel Meter Höhe verliert das Flugzeug bei einem Umlauf?

(9 VP)

b) Stellen Sie den Abstand zwischen den beiden Flugzeugen in Abhängigkeit von t grafisch dar (im Zeitraum 0 bis 6 Minuten) und untersuchen Sie, ob bei diesen Flugbahnen der Sicherheitsabstand von 5000m zwischen den Flugzeugen eingehalten wird.

(6 VP)