

1. Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 4}$, $D = 3 \setminus \{-2\}$. K sei die Kurve dazu.

3 VP

Untersuchen Sie K auf Asymptoten und stellen Sie K geeignet dar.
Beweisen Sie, dass K symmetrisch ist.

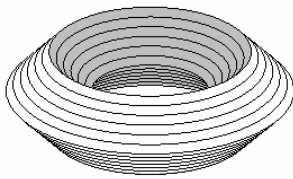
2. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^x$. $f^{(n)}$ sei die n -te Ableitung dieser Funktion.

5 VP

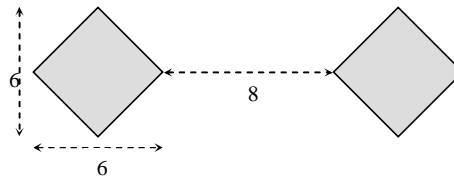
Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{Z}$ gilt: $f^{(n)}(x) = [x^2 + 2n \cdot x + (n-1) \cdot n] \cdot e^x$

3. Wie groß ist das Volumen dieses Rings? (Längenangaben sind in cm.)

6 VP



Räumliche Darstellung



Querschnitt

4. Ein kugelförmiger Behälter mit dem Radius 5 dm wird mit Wasser gefüllt.

9 VP

- a) Beim Wasserstand h im Behälter ist das Wasservolumen mit der

Formel $V = \pi \cdot h^2 \cdot (5 - \frac{h}{3})$ zu berechnen.

Leiten Sie diese Formel mit Methoden der Analysis her.

- b) In den zunächst leeren Behälter fließt nun Wasser so zu, dass der Wasserstand h

gemäß folgender Formel steigt: $h(t) = 10 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{10}})$.

Dabei ist t die Zeit, gemessen in Minuten.

Zu welchem Zeitpunkt ist die Stärke des Wasserzulaufs am größten?

5. Das Raumschiff Pimokl bewegt sich im Weltraum. Für seine Koordinaten gilt:

7 VP

$$x = 5 \cdot t - \frac{20 \cdot t}{1+t}, \quad y = 10 \cdot t - t^2, \quad z = \frac{25 \cdot t^2}{1+t^2} \quad (t \text{ in Minuten, Koordinaten in Kilometer})$$

Allerdings soll Pimokl zu einem bestimmten Zeitpunkt diese Bahn ohne weitere Richtungsänderung verlassen und geradlinig auf den Punkt $Q(15|37|28,5)$ zufliegen. Zeigen Sie, wie dieser Zeitpunkt ermittelt werden kann.