

Schulversuch mit einem Kleinrechner mit einem Computer-Algebra-System

Zu jedem $a \in \mathbf{R}$ ist die Funktion f_a mit

$$f_a(x) = \frac{2x}{(x^2 + a)^2}, x \in \mathbf{D}_a$$

gegeben. Ihr Schaubild sei K_a .

- a) Beschreiben und klassifizieren Sie mit Hilfe einer Kurvendiskussion die Schaubilder K_a in Abhängigkeit von a . Stützen Sie Ihre Aussagen durch Rechnung oder eine geeignete Argumentation. (9 VP)
- b) Zeigen Sie: Für betragsmäßig große Werte von x ist $f_a(x) \approx f_0(x)$.
 Für welche x unterscheidet sich $f_0(x)$ um weniger als 1 % von $f_1(x)$?
 Stellen Sie mithilfe der grafischen Möglichkeiten Ihres Rechners eine Vermutung auf, in welchem Zusammenhang die Kurve C: $y = \frac{1}{8x^3}$ zu allen Schaubildern der gegebenen Funktionenschar steht. Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Vermutung durch Rechnung. (10 VP)
- c) Bestimmen Sie für $a = \frac{1}{2}$ die Gleichung derjenigen Ursprungsgeraden, die das Flächenstück zwischen dem Schaubild $K_{\frac{1}{2}}$ und der positiven x-Achse halbiert. (5 VP)
- d) In einer Messreihe wurde die Photosynthese-Aktivität von Algen in Abhängigkeit von der Lichtleistung ermittelt. Die Tabelle zeigt die Messreihe ohne Einheiten.

Lichtleistung pro Fläche	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	1,0	1,5	2,0	2,5
Photosynthese-Aktivität	0	2,0	3,5	4,0	3,8	2,7	1,2	0,4	0,2	0,1

Erläutern Sie verbal, dass die Daten durch eine Funktion der Funktionenschar f_a recht gut angenähert werden können. Geben Sie ein geeignetes a an und begründen Sie Ihre Wahl.

(6 VP)