

1) Zu jedem $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ist eine Funktion f_k gegeben durch

$$f_k(x) = (x - k) \cdot e^{-k \cdot x}; \quad x \in \mathbb{R}.$$

a) Stellen Sie für $k = -2; -1; -0,5; 0,5; 1$ und 2 die Schaubilder der Funktionen f_k in einem gemeinsamen Koordinatensystem so dar, dass das Verhalten in der Umgebung des Ursprungs und das Verhalten für große Werte von $|x|$ deutlich wird (verwenden Sie gegebenenfalls mehrere Ansichten). Geben Sie Eigenschaften der Schaubilder an.

In der Darstellung scheinen die Schaubilder von f_k und f_{-k} zueinander punktsymmetrisch zum Ursprung zu liegen. Begründen Sie dies allgemein.

(6VP)

b) Für $k > 0$ schließt das Schaubild von f_k mit der x -Achse eine ins Unendliche reichende Fläche mit endlichen Inhalt ein. Bestimmen Sie den zugehörigen Inhalt $A(k)$.

Weisen Sie nach, dass $x_E(k) = \frac{1+k^2}{k}$ die Extremstelle der Funktionen f_k , $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ist.

Begründen Sie damit, bei welchen Werten der x -Achse keine Extremstellen vorkommen.

(6VP)

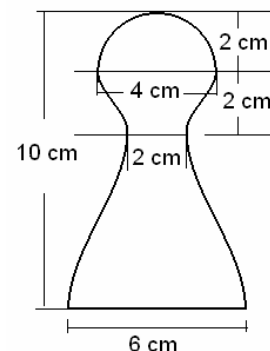
2)



Als Werbung für ein weltbekanntes Spiel, will der Hersteller einen Briefbeschwerer in Form einer Spielfigur anbieten. Die Maße für die Herstellung eines rotationssymmetrischen Modells des Briefbeschwerers sind in der nachfolgenden Skizze angegeben.

Die zugehörige Randfunktion des Modells soll mit Hilfe einer abschnittsweise definierten Funktion g beschrieben werden. Aus herstellungstechnischen Gründen sind folgende Bedingungen zu beachten:

- Der obere Teil des „Kopfes“ soll eine Halbkugel sein.
- Für die beiden anderen Abschnitte sollen ganzrationale Funktionen vom Grad 3 verwendet werden.



Stellen Sie die Funktion g auf und zeichnen Sie das Schaubild von g .

Berechnen Sie das Gewicht des Briefbeschwerers, wenn er in Edelstahl ausgeführt wird (die Dichte von Edelstahl beträgt etwa $7,8 \text{ g/cm}^3$).

(6VP)