

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung 2001

Pilotprojekt Mobiles Klassenzimmer

Aufgabe I 1

Haupttermin

Leistungskurs Analysis

Gegeben ist für $0 \leq t \leq 2\pi$ die Kurve K_1 mit den Gleichungen

$$x(t) = 3 \cdot \sin(t) \cdot \cos(t)$$

$$y(t) = 6 \cdot \cos(t) + 2$$

- a) Zeichnen Sie die Kurve K_1 und lesen Sie aus dem Schaubild Symmetrien ab. Bestimmen Sie die Schnittpunkte von K_1 mit der x -Achse und die Kurvenpunkte mit senkrechter Tangente. Bestimmen Sie Mittelpunkte und Radien der beiden Krümmungskreise bei den Schnittpunkten von K_1 mit der y -Achse. Zeichnen Sie Kurve und die Krümmungskreise in ein gemeinsames Koordinatensystem. (8 VP)
- b) Die Kurve K_1 begrenze in etwa eine Insel, die aus 2 Teilen besteht (1 Längeneinheit beträgt 1 km). Bestimmen Sie näherungsweise den Umfang der Insel. Im Punkt $W(0|6)$ auf der Insel steht eine Windmühle, im Punkt $L(2|1)$ im Meer steht ein Leuchtturm. Von W nach L soll eine Stromleitung gelegt werden. 1 km Stromleitung auf der Insel kostet 60000 €, 1 km Stromleitung im Meer kostet 30000 €. An welcher Stelle P der Küste muss man die Stromleitung ins Meer führen, um möglichst kostengünstig zu bauen? (Näherungslösung) Wie groß ist im günstigsten Fall der Gesamtpreis der Stromleitung? (7 VP)
- c) Zeichnen Sie die Kurve K_2 mit der Gleichung: $16 \cdot y^2 = x^2 \cdot (4 - x^2)$. Ändern Sie die Gleichung von K_2 so ab, dass die Kurve K_1 entsteht. Begründen Sie die einzelnen Schritte Ihres Vorgehens. (7 VP)
-

- d) In einem See waren 1980 ca. 20000 Fische. Sie vermehren sich logistisch nach der Differenzialgleichung
- $$F'(t) = \frac{3 \cdot F(t) \cdot (60000 - F(t))}{1000000}.$$
- Wie viele Fische kann man im Jahr 2001 erwarten?
Wie viele Fische kann man im Jahr 2001 erwarten, wenn man jedes Jahr 1000 Fische entnimmt?
Wie viele Fische kann man im Jahr 2001 erwarten, wenn man jedes Jahr 5% des Bestandes entnimmt? (8 VP)