Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg

Abiturprüfung **2001** Grundkurs **Mathematik** Haupttermin

Schulversuch mit einem Kleinrechner mit einem Computer-Algebra-System

Zu jedem $t \in \mathbf{R}$ ist eine Funktion f_t gegeben durch

$$f_t(x) = \frac{2x}{x^4 + 2t \cdot x^2 + t^2}; \quad x \in D_f \ .$$

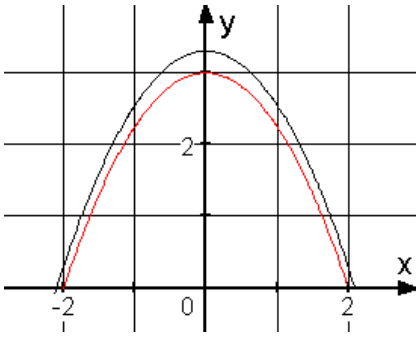
Ihr Schaubild sei K_t.

a) Bestimmen Sie für t = 1 Symmetrie, Schnittpunkte mit der x-Achse, Hoch-, Tief-, Wendepunkte und Asymptoten von K_1.
Geben Sie Unterschiede und Gemeinsamkeiten von K_{-1} und K_1 an.

b) Welchen Flächeninhalt hat die Fläche, die von dem Schaubild K_1, der x-Achse und den Geraden x = -2 und x = 2 begrenzt wird?
Für t > 0 schließen K_t, die x-Achse und die Gerade x = u mit u > 0 eine Fläche A(u) ein, berechnen Sie A(u) und $\lim\limits_{u \to \infty} A(u)$.

c) Geben Sie die Definitionsmengen von f_t für t < 0, t = 0 und t > 0 an.
Bestimmen Sie für t > 0 die Hoch- und Tiefpunkte in Abhängigkeit von t.
Geben Sie ohne Nachweis in einer Tabelle in Abhängigkeit von t die Anzahl der Nullstellen, der relativen Extrem- und Polstellen an.

d) Eine Firma will ein „Überraschungsei“ herstellen. Es soll dadurch entstehen, dass zwei nach unten geöffnete und zur y-Achse symmetrische Parabeln zweiter Ordnung um die x-Achse rotieren. Die Parabeln sind die Schaubilder der Funktionen g und h mit $g(x) \geq 0$ und $h(x) \geq 0$.
Stellen Sie den Funktionsterm für die „innere“ Funktion g mit Hilfe geeigneter Punkte, die der Abbildung entnommen werden, auf.
Die „äußere“ Parabel der Funktion h entsteht durch Verschiebung des Schaubildes von g um $\frac{3}{10}$ längs der positiven y-Achse.



Das Innere des Körpers ist hohl und der Zwischenraum zwischen äußerem und inneren Rotationskörper besteht aus Schokolade.
Welches Volumen hat der Hohlraum des Rotationskörpers? (1 Längeneinheit entspricht 1 cm.)
Wie viel Schokolade wird benötigt?

Punkteverteilung: a) 8 VP b) 6 VP c) 8 VP d) 8 VP