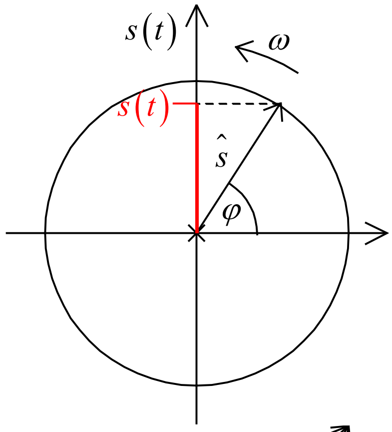
Zusammenfassung: Interferenzphänomene

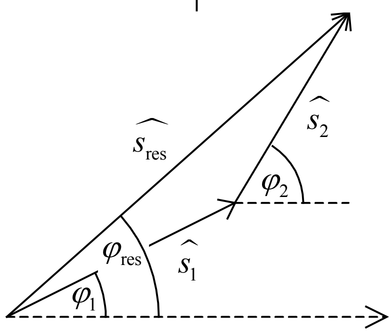
Interferenz bei zwei Erregern

1. Überlagerung harmonischer Schwingungen



Eine harmonische Schwingung mit der Amplitude $\hat{s}$, der Frequenz f bzw. der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ und dem Phasenwinkel φ kann man mit einem Zeiger der Länge $\hat{s}$ darstellen, der mit der Winkelgeschwindigkeit ω (entgegen dem Uhrzeigersinn) um den Ursprung rotiert und zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Rechtsachse den Winkel φ bildet: Die Projektion des Zeigers auf die Hochachse ist die Elongation

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$



Die Überlagerung, d. h. Addition zweier Schwingungen gleicher Frequenz bzw. Kreisfrequenz ist wieder eine harmonische Schwingung derselben Frequenz bzw. Kreisfrequenz:

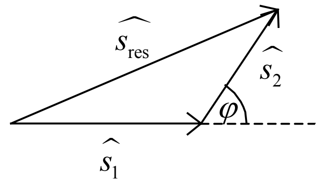
$$\widehat{s_1} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + \widehat{s_2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) = \widehat{s_{res}} \cdot \sin(\omega t + \varphi_{res}).$$

Diese resultierende Schwingung wird durch den Summenzeiger dargestellt, d. h. durch die vektorielle Summe der Zeiger der beiden Schwingungen.

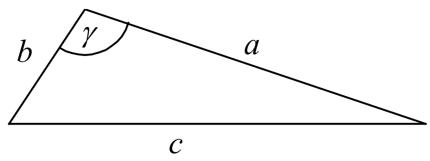
2. Amplitude der resultierenden Schwingung

Sonderfälle:

1. Sind die Schwingungen gleichphasig, dann ist $\widehat{s_{res}} = \widehat{s_1} + \widehat{s_2}$.
2. Sind die Schwingungen gegenphasig, dann ist $\widehat{s_{res}} = \left|\widehat{s_1} - \widehat{s_2}\right|$. Haben die Schwingungen gleiche Amplituden, dann löschen sie sich aus.



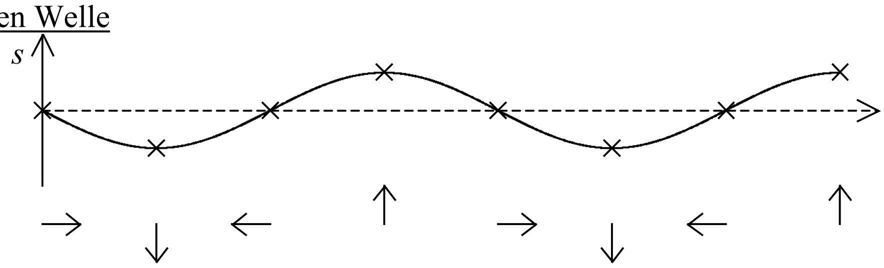
Allgemeiner Fall:
Haben die Schwingungen den Phasenunterschied φ, dann muss man die Länge des Zeigers $\widehat{s_{res}}$ berechnen.



Hierzu kann man den Kosinussatz verwenden:
Schließen in einem Dreieck die Seiten a und b den Winkel γ ein, dann gilt für die dritte Seite c:

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma}.$$

3. Zeiger einer fortschreitenden Welle



Bei einer fortschreitenden Welle kann man die Schwingungen der Punkte durch Zeiger darstellen.

Sonderfälle:

1. Punkte im Abstand λ, 2λ, 3λ usw. schwingen gleichphasig, und die Zeiger sind gleich gerichtet.
2. Punkte im Abstand $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$ usw. schwingen gegenphasig, und die Zeiger sind entgegengesetzt gerichtet.

4. Interferenzfeld zweier Erreger

Zwei Erreger E_1 und E_2 schwingen gleichphasig mit gleicher Frequenz und erzeugen Kreis- oder Kugelwellen der Wellenlänge λ.

Beispiele:

- Zwei miteinander verbundene Stifte tauchen in Wasser.
- Zwei Lautsprecher sind an *einen* Sinusgenerator angeschlossen.
- Zwei Hertz'sche Dipole sind an *einen* Schwingkreis angekoppelt.

Die beiden Wellen überlagern sich, und es tritt Interferenz auf.

Bekannt: Auf der Verbindungsstrecke der Erreger bildet sich eine stehende Welle (mit Bewegungsknoten im gegenseitigen Abstand $\frac{\lambda}{2}$ und jeweils in der Mitte dazwischen Bewegungsbäuchen).

In einem Punkt P haben die Wellen den Gangunterschied

$$\boxed{\delta = \left|\overline{E_1P} - \overline{E_2P}\right|}.$$

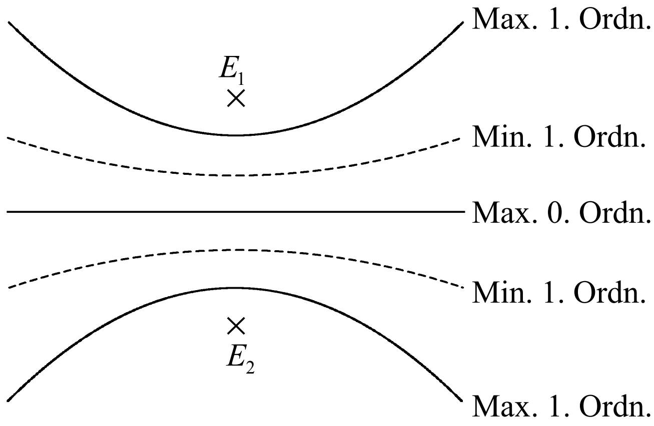
Nach Definition ist $\delta \geq 0$, und man kann sich anschaulich überlegen (oder mit der Dreiecksungleichung beweisen), dass stets gilt:

$$\delta \leq \text{Erregerabstand}\,.$$

Sonderfälle:

1. Ist der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, also
$$\delta = k \cdot \lambda \quad (k = 0; 1; 2; \ldots),$$
dann sind die Wellen in Phase (und die Zeiger der Wellen sind gleich gerichtet). Anschaulich: Wellenberg trifft auf Wellenberg bzw. Wellental trifft auf Wellental. Die Amplituden addieren sich, und der Punkt schwingt mit maximaler Amplitude. Dieser Fall heißt konstruktive Interferenz.
Die Punkte, in denen der Gangunterschied $\delta = k \cdot \lambda$ ist, bilden das Maximum *k*-ter Ordnung.
2. Ist der Gangunterschied ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge, also
$$\delta = (2k-1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1; 2; 3; \ldots),$$
dann sind die Wellen gegenphasig (und die Zeiger der Wellen sind entgegengesetzt gerichtet). Anschaulich: Wellenberg trifft auf Wellental. Die Amplituden subtrahieren sich, und der Punkt schwingt mit minimaler Amplitude. Dieser Fall heißt destruktive Interferenz.
Sind die Amplituden der Wellen gleich, dann löschen sich die Wellen aus, und der Punkt ist in Ruhe.
Die Punkte, in denen der Gangunterschied $\delta = (2k-1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ ist, bilden das Minimum *k*-ter Ordnung.
Sind die Amplituden der Wellen gleich, dann sind diese Punkte Bewegungsknoten, und sie bilden Knotenlinien.

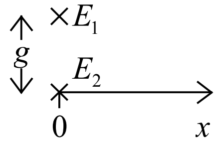
Wir betrachten nun das ebene Interferenzfeld zweier Erreger E_1 und E_2, die gleichphasig schwingen und Kreiswellen erzeugen.
Auf der Mittelsenkrechten der Strecke E_1E_2 ist der Gangunterschied $\delta = 0$; dort ist das Maximum 0. Ordnung.
Je weiter man sich von der Mittelsenkrechten entfernt, umso größer wird der Gangunterschied. Es folgen zwei symmetrische Hyperbeln mit den Punkten mit dem Gangunterschied $\delta = \frac{\lambda}{2}$ (Minimum 1. Ordnung), dann zwei symmetrische Hyperbeln mit den Punkten mit dem Gangunterschied $\delta = \lambda$ (Maximum 1. Ordnung) usw.



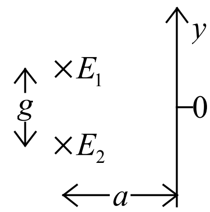
Standardaufgabe: Zwei Erreger E_1 und E_2 im Abstand g schwingen gleichphasig mit gleicher Amplitude und erzeugen Kreiswellen der Wellenlänge λ; von der Abnahme der Amplitude mit der Entfernung wird abgesehen.

a) Berechne die Amplitude der resultierenden Schwingung in einem Punkt P.

b) Untersuche die Punkte der nebenstehend gezeichneten Halbgeraden.



c) Untersuche die Punkte der nebenstehend gezeichneten Geraden.



Lösung:

a) Berechne den Gangunterschied $\delta = \left|\overline{E_1P} - \overline{E_2P}\right|$ und berechne das Verhältnis $\frac{\delta}{\lambda}$. Der Phasenunterschied der Wellen in dem betrachteten Punkt entspricht dem Nachkommaanteil dieses Verhältnisses. Beispiel: Ist $\frac{\delta}{\lambda} = 3{,}1$, dann ist der Phasenunterschied $\varphi = 0{,}1 \cdot 360° = 36°$.
Berechne, wie unter 2. erläutert, die Amplitude der resultierenden Schwingung.

b) Für $x = 0$ ist $\delta = g$; für wachsendes x ist δ streng monoton fallend, und es gilt $\lim\limits_{x\to\infty} \delta = 0$.
An einer beliebigen Stelle x ist der Gangunterschied $\delta = \sqrt{x^2 + g^2} - x$. Diese Gleichung kann man nach x auflösen und die Lage der Maxima und Minima bestimmen.

c) Für $y = 0$ ist $\delta = 0$; für wachsendes $|y|$ ist δ streng monoton wachsend, und es gilt $\lim\limits_{|y|\to\infty} \delta = g$. An einer beliebigen Stelle y ist der Gangunterschied
$\delta = \left|\sqrt{a^2 + \left(y + \frac{g}{2}\right)^2} - \sqrt{a^2 + \left(y - \frac{g}{2}\right)^2}\right|$. Diese Gleichung kann man nur mit großem Rechenaufwand nach y auflösen, deshalb bestimmt man die Lage der Maxima und Minima mit dem GTR.

Interferenz bei mehreren Erregern

Standardaufgabe: Drei Erreger E_1, E_2 und E_3 schwingen gleichphasig mit gleicher Amplitude $\hat{s}$ und erzeugen Kreiswellen; von der Abnahme der Amplitude mit der Entfernung wird abgesehen. Die von den Erregern E_1 und E_2 ausgehenden Wellen haben in einem Punkt P den Phasenunterschied φ. Welche Amplituden sind im Punkt P möglich?

Lösung: Berechne die Amplitude $\widehat{s_{\text{res }12}}$ der Überlagerung der von E_1 und E_2 ausgehenden Wellen. Dann gilt für die Amplitude $\widehat{s_{\text{res}}}$ der resultierenden Schwingung:

$$\left|\widehat{s_{\text{res }12}} - \hat{s}\right| \le \widehat{s_{\text{res}}} \le \widehat{s_{\text{res }12}} + \hat{s}\,.$$

Interferenz bei Mehrfachspalten (ohne Näherung „quasiparallele Strahlen“)

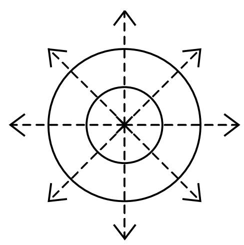
Zweidimensionale (ebene) Wellen lassen sich beschreiben durch

- die Wellenfronten; dies sind die Verbindungslinien benachbarter Punkte, die gleichphasig schwingen;
- die Wellenstrahlen; sie geben die Ausbreitungsrichtung der Wellen an.

Die Wellenstrahlen sind stets orthogonal zu den Wellenfronten.

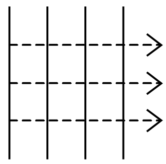
Erster Sonderfall: Kreiswellen
Die Wellenfronten bilden Kreise um den Erreger, und die Wellenstrahlen zeigen radial vom Erreger weg.
Beispiel:

- Wasserwellen, die von einem Stift erzeugt werden



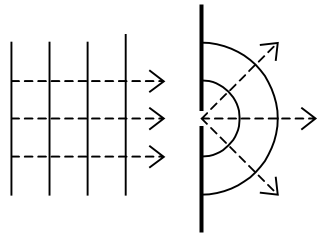
Zweiter Sonderfall: Gerade Wellen
Die Wellenfronten bilden zueinander parallele Strecken.
Beispiele:

- Wasserwellen, die von einem geraden Blechstreifen erzeugt werden
- paralleles Lichtbündel



Wenn eine Welle auf einen schmalen Spalt trifft, dann geht von dem Spalt eine Kreiswelle aus, eine sog. Elementarwelle.

Man sagt, die Welle wird an dem Spalt gebeugt.



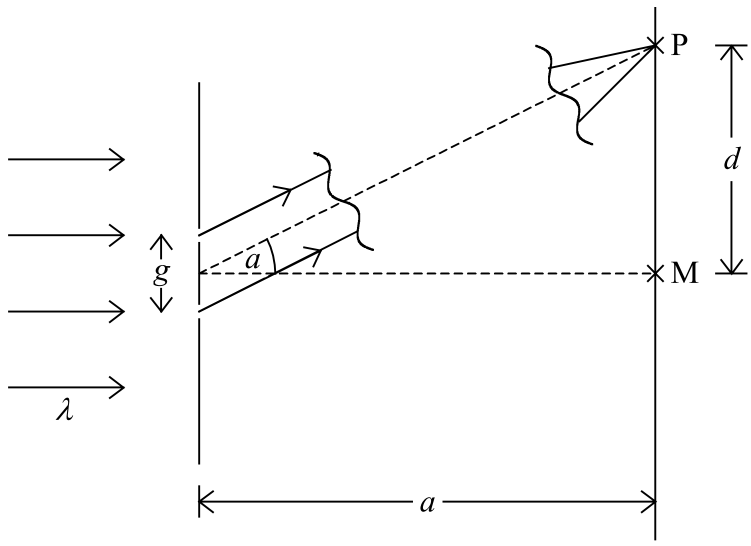
Standardaufgabe: Ein gerade Welle läuft senkrecht auf eine Wand zu, in der sich mehrere schmale Spalte befinden.

Lösungsidee: Die Spalte wirken wie gleichphasig schwingende Erreger, von denen Kreiswellen ausgehen.

Interferenz beim Doppelspalt

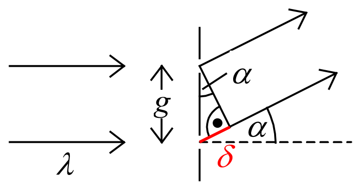
Eine gerade Welle (beispielsweise paralleles Licht) der Wellenlänge λ trifft senkrecht auf zwei schmale Spalte, deren Spaltmitten den Abstand g haben.
Im Abstand a befindet sich ein zur Spaltebene paralleler Schirm.
Wir setzen stets voraus, dass der Schirmabstand a viel größer als der Spaltabstand g ist. Dann verlassen die Wellenstrahlen, die sich in einem Punkt P des Schirms treffen, die Spalte näherungsweise parallel.
Für den Winkel α, unter dem der Punkt P von den Spalten aus gegenüber der Schirmmitte M erscheint, gilt

$$\tan\alpha = \frac{d}{a}.$$



Für den Gangunterschied δ der Wellenstrahlen gilt

$$\sin\alpha = \frac{\delta}{g}.$$



Damit kann man die Winkel berechnen, unter denen die Maxima bzw. Minima auftreten:

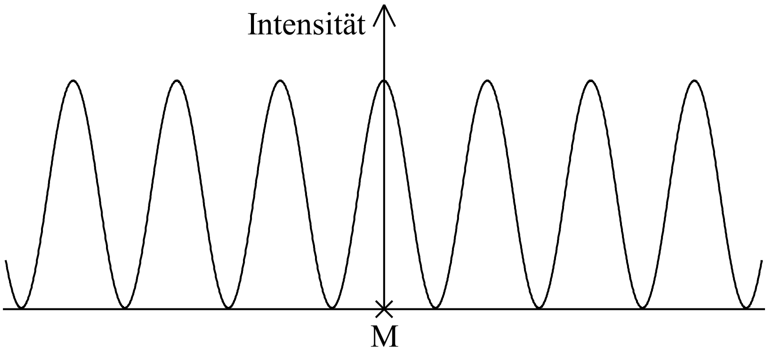
- In der Schirmmitte M ist das Maximum 0. Ordnung mit dem zugehörigen Winkel $\alpha_0 = 0$.
- Ist der Punkt P ein Maximum k-ter Ordnung ($k = 1; 2; 3; \ldots$), dann ist der Gangunterschied $\delta = k \cdot \lambda$. Für den zugehörigen Winkel α_k gilt also
$$\boxed{\sin\alpha_k = \frac{k\lambda}{g}}.$$
- Ist der Punkt P ein Minimum k-ter Ordnung ($k = 1; 2; 3; \ldots$), dann ist der Gangunterschied $\delta = (2k-1)\cdot\frac{\lambda}{2}$. Für den zugehörigen Winkel β_k gilt also
$$\boxed{\sin\beta_k = \frac{(2k-1)\lambda}{2g}}.$$

Für kleine Winkel φ gilt näherungsweise: $\sin\varphi = \tan\varphi$.
Für kleine Winkel gilt also näherungsweise für den

- Abstand $d_{\max,k}$ des Maximums k-ter Ordnung ($k = 1; 2; 3; \ldots$) von der Schirmmitte M:
$$\tan\alpha_k = \sin\alpha_k \text{, also } \frac{d_{\max,k}}{a} = \frac{k\lambda}{g} \text{, also } d_{\max,k} = k\cdot\frac{\lambda a}{g}.$$
- Abstand $d_{\min,k}$ des Minimums k-ter Ordnung ($k = 1; 2; 3; \ldots$) von der Schirmmitte M:
$$\tan\beta_k = \sin\beta_k \text{, also } \frac{d_{\min,k}}{a} = \frac{(2k-1)\lambda}{2g} \text{, also } d_{\min,k} = (2k-1)\cdot\frac{\lambda a}{2g}.$$

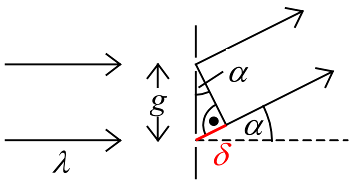
In dieser Näherung sind die Maxima äquidistant mit dem gegenseitigen Abstand $\frac{\lambda a}{g}$; jeweils in der Mitte dazwischen liegen die Minima.

Nimmt man idealisierend (!) an, dass die Einzelspalte unendlich schmal sind, dann erhält man für kleine Winkel (!) den nebenstehenden Intensitätsverlauf auf dem Schirm.



Mit einem Doppelspalt (einfacher: mit einem Gitter; siehe unten) kann man die Wellenlänge von Licht bestimmen. Das Ergebnis ist: Sichtbares Licht hat eine Wellenlänge zwischen 400 nm (violettes Ende des Spektrums) und 800 nm (rotes Ende des Spektrums).

Aus nebenstehendem Bild bzw. aus obigen Formeln folgt:
Die Winkel, unter denen die Maxima bzw. Minima auftreten, sind umso größer, je größer die Wellenlänge λ ist.
Dies gilt insbesondere für Licht unterschiedlicher Wellenlänge bzw. Farbe.

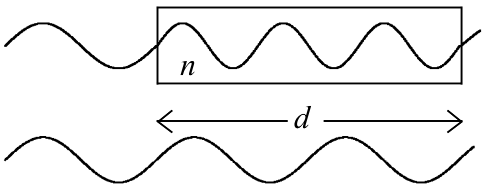


Merke: Langwelliges Licht (rot) wird stärker gebeugt als kurzwelliges Licht (violett).

Standardaufgabe: Licht durchquert ein Glasplättchen der Dicke d und der Brechungszahl n. Berechne den Gangunterschied gegenüber der Ausbreitung in Luft.

Lösung:
Lichtgeschwindigkeit c^* im Glasplättchen:

$n = \frac{c_0}{c^*}$, also $c^* = \frac{c_0}{n}$.



Zeit t, die das Licht zum Durchqueren des Glasplättchens braucht:

$c^* = \frac{d}{t}$, also $t = \frac{d}{c^*} = \frac{d}{\frac{c_0}{n}} = n \cdot \frac{d}{c_0}$.

Strecke s, die das Licht in dieser Zeit in Vakuum zurücklegt:

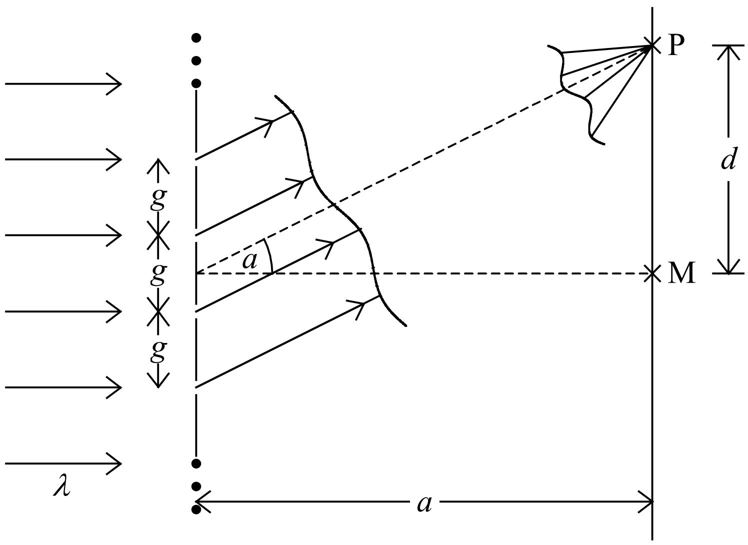
$c_0 = \frac{s}{t}$, also $s = c_0 \cdot t = c_0 \cdot n \cdot \frac{d}{c_0} = nd$.

Wegen $c_0 > c^*$ ist $s > d$.

Also ist der Gangunterschied $\delta = s - d = nd - d = (n-1)d$ (unabhängig von der Wellenlänge).

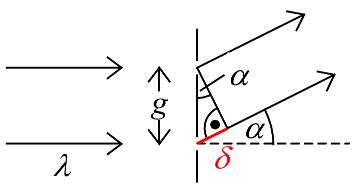
Interferenz bei Mehrfachspalten (mit Näherung „quasiparallele Strahlen“)

Eine gerade Welle (beispielsweise paralleles Licht) der Wellenlänge λ trifft senkrecht auf mehrere schmale Spalte, deren Spaltmitten den gegenseitigen Abstand g haben. Im Abstand a befindet sich ein zur Spaltebene paralleler Schirm. Wir setzen stets voraus, dass der Schirmabstand a viel größer als der Spaltabstand g ist. Dann verlassen die Wellenstrahlen, die sich in einem Punkt P des Schirms treffen, die Spalte näherungsweise parallel. Für den Winkel α, unter dem der Punkt P von den Spalten aus gegenüber der Schirmmitte M erscheint, gilt (wie beim Doppelspalt)



$$\tan\alpha = \frac{d}{a}.$$

Für den Gangunterschied δ der Wellenstrahlen benachbarter Spalte gilt (analog zum Doppelspalt)



$$\sin\alpha = \frac{\delta}{g}.$$

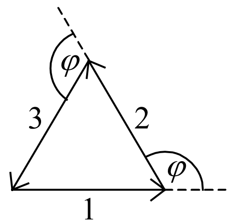
Ist der Gangunterschied $\delta = k \cdot \lambda$ ($k = 0; 1; 2; 3; \ldots$), dann entstehen durch konstruktive Interferenz helle <u>Hauptmaxima</u>. Für die zugehörigen Winkel α_k gilt

$$\boxed{\sin\alpha_k = \frac{k\lambda}{g}}.$$

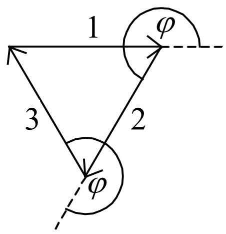
Für die Minima ist die Anzahl der Spalte wesentlich. Wir betrachten Phasenunterschiede φ bzw. Gangunterschiede δ der Wellenstrahlen benachbarter Spalte mit $0° < \varphi < 360°$ bzw. $0 < \delta < \lambda$:

- Bei einem Dreifachspalt treten zwei Minima auf, nämlich für

$\varphi = 120°$ bzw. $\delta = \dfrac{\lambda}{3}$:

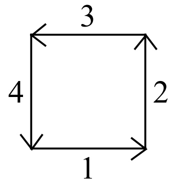


$\varphi = 240°$ bzw. $\delta = \dfrac{2}{3}\lambda$:

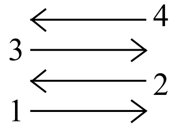


- Bei einem Vierfachspalt treten drei Minima auf, nämlich für

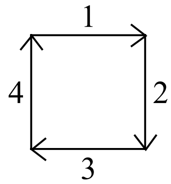
$\varphi = 90°$ bzw. $\delta = \frac{\lambda}{4}$:



$\varphi = 180°$ bzw. $\delta = \frac{\lambda}{2}$:

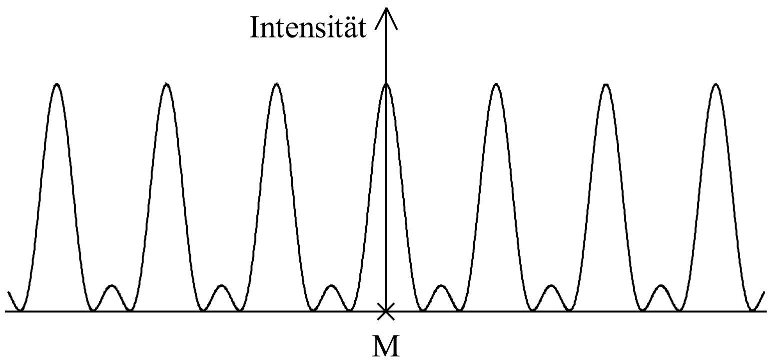


$\varphi = 270°$ bzw. $\delta = \frac{3}{4}\lambda$:



Allgemein treten bei einem n-fach-Spalt zwischen zwei benachbarten Hauptmaxima jeweils $n-1$ Minima auf.
Zwischen zwei benachbarten Minima ist jeweils ein schwaches Nebenmaximum, dessen Lage im Allgemeinen nicht analytisch berechnet werden kann.

Beispiel: Nimmt man idealisierend (!) an, dass die Einzelspalte unendlich schmal sind, dann erhält man bei einem Dreifachspalt für kleine Winkel (!) den nebenstehenden Intensitätsverlauf auf dem Schirm.



Für die Abhängigkeit der Winkel von der Wellenlänge gilt dasselbe wie bei einem Doppelspalt; insbesondere wird langwelliges Licht (rot) stärker gebeugt als kurzwelliges Licht (violett).

Interferenz beim Gitter
Ein Gitter ist ein Mehrfachspalt mit vielen, eng beieinander liegenden Spalten („Strichen"). Der Abstand der Spaltmitten zweier benachbarter Spalte heißt die Gitterkonstante *g*.

Bei einem Gitter entstehen durch konstruktive Interferenz helle, scharf ausgeprägte Maxima. Der Bereich zwischen zwei Maxima ist dunkel; es gibt keine Minima. Da es auch keine Nebenmaxima gibt, spricht man beim Gitter nur von Maxima (und nicht von Hauptmaxima). Für die Winkel, unter denen diese Maxima auftreten, gilt wie bei jedem Mehrfachspalt (siehe oben):

$$\boxed{\sin\alpha_k = \frac{k\lambda}{g}} \quad (k = 0; 1; 2; 3; \ldots).$$

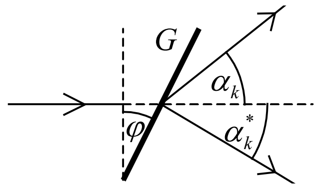
Achtung: Bei einem Gitter können große Winkel zu den Maxima auftreten; man darf deshalb im Allgemeinen nicht die Näherung $\sin\varphi = \tan\varphi$ für kleine Winkel verwenden!

Für die Abhängigkeit der Winkel von der Wellenlänge gilt dasselbe wie bei einem Doppelspalt; insbesondere wird langwelliges Licht (rot) stärker gebeugt als kurzwelliges Licht (violett).

Tritt weißes Licht durch ein Gitter, dann beobachtet man in der Schirmmitte das weiße Maximum 0. Ordnung. Da Licht verschiedener Farbe bzw. verschiedener Wellenlänge unterschiedlich stark gebeugt wird, beobachtet man symmetrisch zur Schirmmitte die beiden Spektren 1. Ordnung, weiter außen die beiden Spektren 2. Ordnung usw.. Diese Spektren können sich überlappen.

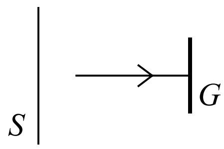
Das Licht einer Glühlampe hat ein kontinuierliches Spektrum, während das Licht einer Quecksilberdampflampe ein Linienspektrum hat.

Standardaufgabe: Paralleles Licht fällt auf ein Gitter G der Gitterkonstanten g, das um den Winkel φ gedreht ist. Berechne die beiden Winkel α_k und α_k^*, unter denen die Maxima k-ter Ordnung gegenüber dem Maximum 0. Ordnung erscheinen.



Lösung:
- Leite eine Gleichung für den Gangunterschied δ_{vor} vor dem Gitter in Abhängigkeit von g und φ her.
- Leite eine Gleichung für den Gangunterschied δ_{nach} nach dem Gitter in Abhängigkeit von g, φ und α_k bzw. α_k^* her.
- Berechne den gesamten Gangunterschied δ_{ges} als Summe bzw. Differenz von δ_{vor} und δ_{nach}.

Standardaufgabe: Paralleles Licht fällt auf ein Gitter G („Reflexionsgitter"). Was beobachtet man auf dem Schirm S?

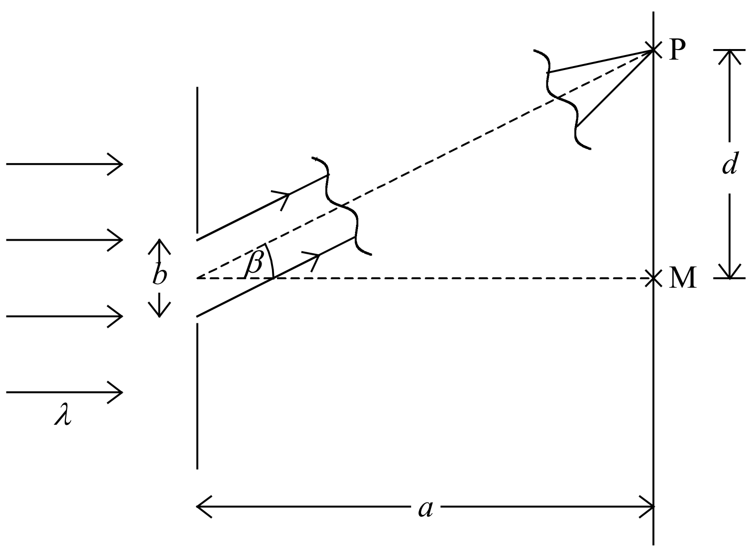


Lösung: Da von den Spaltöffnungen Kreiswellen ausgehen, beobachtet man auf dem Schirm dasselbe Interferenzmuster wie auf einem Schirm hinter dem Gitter.

Beugung am Einzelspalt

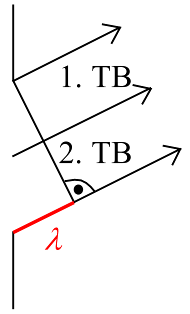
Eine gerade Welle (beispielsweise paralleles Licht) der Wellenlänge λ trifft senkrecht auf einen Spalt der Breite b.
Im Abstand a befindet sich ein zur Spaltebene paralleler Schirm.
Wir setzen stets voraus, dass der Schirmabstand a viel größer als die Spaltbreite b ist. Dann verlassen die Wellenstrahlen, die sich in einem Punkt P des Schirms treffen, den Spalt näherungsweise parallel.
Für den Winkel β, unter dem der Punkt P von dem Spalt aus gegenüber der Schirmmitte M erscheint, gilt (wie immer)

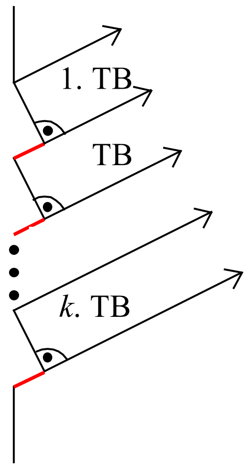
$$\tan\beta = \frac{d}{a}.$$



In der Schirmmitte M sind alle Wellen in Phase; dort ist das Zentrum des <u>Hauptmaximums</u>.

Die beiden Minima 1. Ordnung entstehen, wenn der Gangunterschied δ der Randstrahlen gleich der Wellenlänge λ ist: Denke die aus dem Spalt austretenden Wellenstrahlen in zwei gleich breite Teilbündel zerlegt. Zu jedem Strahl des ersten Teilbündels gibt es einen Strahl aus dem zweiten Teilbündel mit dem Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$. Also löschen sich die beiden Teilbündel gegenseitig aus.

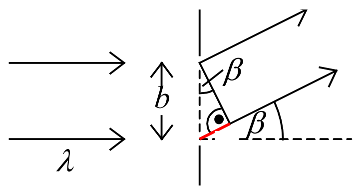




Die beiden Minima k-ter Ordnung ($k = 2; 3; \dots$) entstehen, wenn $\delta = k \cdot \lambda$ ist: Denke die aus dem Spalt austretenden Wellenstrahlen in k gleich breite Teilbündel zerlegt. Dann ist der Gangunterschied der Randstrahlen in jedem Teilbündel gleich der Wellenlänge, und nach obiger Überlegung löschen sich die Strahlen in jedem Teilbündel aus.

Für den Gangunterschied δ der Randstrahlen gilt

$$\sin\beta = \frac{\delta}{g}.$$



Also gilt für den Winkel β_k, unter dem die beiden Minima k-ter Ordnung auftreten:

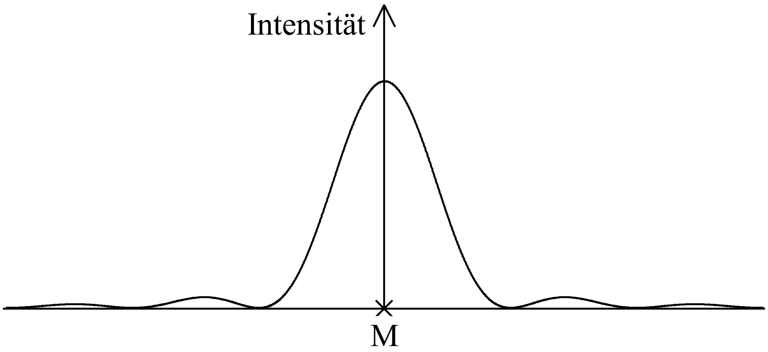
$$\boxed{\sin\beta_k = \frac{k\lambda}{b}} \quad (k = 1; 2; 3; \dots).$$

Zwischen zwei benachbarten Minima ist jeweils ein schwaches Nebenmaximum, dessen Lage nicht analytisch berechnet werden kann.

Trifft paralleles Licht auf einen Spalt und

- verkleinert man die Spaltbreite, dann wandern die Minima nach außen und werden weniger. Ist die Spaltbreite b kleiner als die Wellenlänge λ, dann treten überhaupt keine Minima mehr auf, sondern das Hauptmaximum ist über den gesamten Bereich „verschmiert".
- Vergrößert man die Spaltbreite, dann rücken die Minima gegen das Hauptmaximum und werden mehr. Ist die Spaltbreite b viel größer als die Wellenlänge λ, dann ist nur noch das scharf ausgeprägte Hauptmaximum zu sehen. Dieser Grenzfall ist die aus dem Alltag bekannte „geometrische Optik" oder „Strahlenoptik", bei der man annimmt, dass sich Licht auch beim Durchgang durch Öffnungen geradlinig ausbreitet und dass Hindernisse Schatten werfen.

Beispiel: Ist die Spaltbreite b dreimal so groß wie die Wellenlänge λ, dann erhält man auf einem unendlich ausgedehnten Schirm den nebenstehenden Intensitätsverlauf.



Merke:

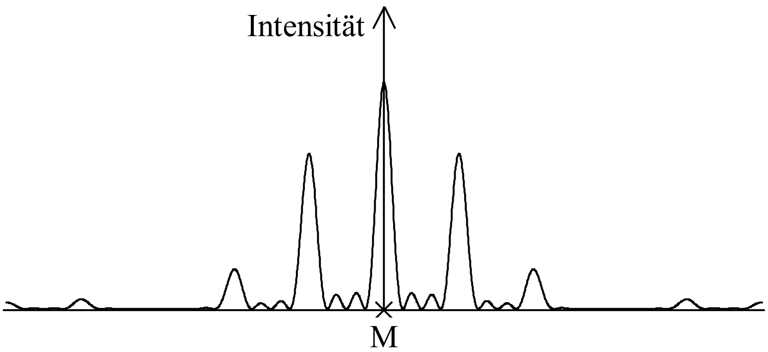
1. Man berechnet
   - bei einem Einzelspalt die Lage der Minima (und es gibt das Hauptmaximum und Nebenmaxima);
   - bei einem Doppelspalt die Lage der Maxima und der Minima;
   - bei einem Mehrfachspalt die Lage der Hauptmaxima und der Minima (und es gibt Nebenmaxima);
   - bei einem Gitter die Lage der Maxima.
2. Wesentlich ist
   - bei einem Einzelspalt der Gangunterschied δ der Randstrahlen;
   - bei mehreren Spalten der Gangunterschied δ der (Wellen-)Strahlen benachbarter Spalte.

Bei der Interferenz an einem Doppelspalt bzw. Mehrfachspalt bzw. Gitter muss man den Einfluss der Beugung an den Einzelspalten berücksichtigen. Jeder Spalt erzeugt das Beugungsmuster eines Einzelspalts. Da die Einzelspalte dicht beieinander liegen, ergibt sich näherungsweise das Beugungsmuster *eines* Einzelspalts. Da der Spaltabstand bzw. die Gitterkonstante g größer als die Spaltbreite b ist, ist das Interferenzmuster des Doppelspalts bzw. Mehrfachspalts. bzw. Gitters feiner als das Beugungsmuster „des" Einzelspalts. Also wird das Beugungsmuster „des" Einzelspalts von dem Interferenzmuster des Doppelspalts. bzw. Mehrfachspalts. bzw. Gitters durchzogen. Insbesondere gilt: Ist der Spaltabstand bzw. die Gitterkonstante g ein ganzzahliges Vielfaches der Spaltbreite b der Einzelspalte:

$$g = k \cdot b \quad (k = 2; 3; \ldots),$$

dann treten die Maxima bzw. Hauptmaxima k-ter Ordnung (und die Maxima $2k$-ter Ordnung usw.) des Doppelspalts bzw. Mehrfachspalts bzw. Gitters nicht auf, da sie mit einem Minimum des Einzelspalts zusammenfallen.

Beispiel: Ist bei einem Vierfachspalt der Abstand g benachbarter Spaltmitten dreimal so groß wie die Breite b der Einzelspalte, dann erhält man für kleine Winkel (!) den nebenstehenden Intensitätsverlauf auf dem Schirm.



Huygens-Prinzip, Reflexion und Brechung

1. Huygens-Prinzip

Trifft eine Welle auf einen schmalen Spalt in einer Wand, dann geht bekanntlich von dem Spalt eine Kreiswelle aus, eine sog. Elementarwelle. Das ist auch richtig, wenn gar keine Wand da ist:

Huygens-Prinzip, erster Teil: Jede Stelle einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer Elementarwelle aufgefasst werden.

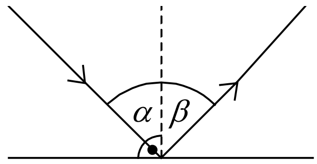
Die Überlagerung sämtlicher Elementarwellen ergibt die neue Wellenfront:

Huygens-Prinzip, zweiter Teil: Die sich weiter ausbreitende Wellenfront ergibt sich als Einhüllende der Elementarwellen.

Mit dem Huygens-Prinzip kann man Reflexion und Brechung von Wellen erklären:

2. Reflexion

Ohne Herleitung: Aus dem Huygens-Prinzip folgt: Wird eine gerade Welle an einer Wand reflektiert, dann gilt das

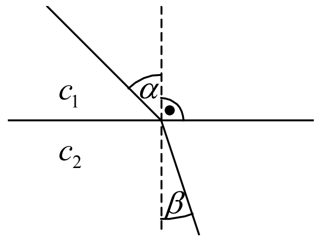


Reflexionsgesetz: Der Einfallswinkel ist gleich dem Ausfallswinkel:

$$\alpha = \beta .$$

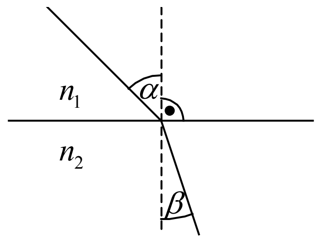
3. Brechung

Ohne Herleitung: Aus dem Huygens-Prinzip folgt: Trifft eine gerade Welle auf eine ebene Grenzfläche zwischen einem Stoff mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c_1 und einem Stoff mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c_2, dann gilt



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} .$$

Daraus folgt für eine gerade elektromagnetische Welle, die auf eine ebene Grenzfläche zwischen einem Stoff mit der Brechungszahl n_1 und einem Stoff mit der Brechungszahl n_2 trifft, wegen $n_i = \frac{c_0}{c_i}$, also



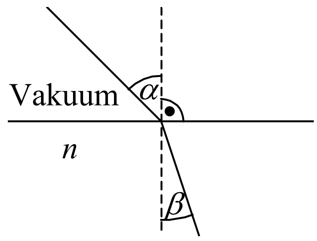
$c_i = \frac{c_0}{n_i}$ ($i = 1, 2$), das

Brechungsgesetz: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$.

Merke: Im Stoff mit der größeren Brechungszahl, also der kleineren Ausbreitungsgeschwindigkeit („optisch dichter“), ist der Winkel zum Lot kleiner.

Der wichtigste Fall ist, dass eine gerade elektromagnetische Welle auf eine ebene Grenzfläche zwischen Vakuum und einem Stoff mit der Brechungszahl n trifft. Dann gilt

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n}.$$



Der größtmögliche Winkel β in dem Stoff tritt bei $\alpha = 90°$ auf; er heißt Grenzwinkel β_g. Für diesen Winkel gilt

$$\frac{\sin 90°}{\sin \beta_{\mathrm{g}}} = n$$

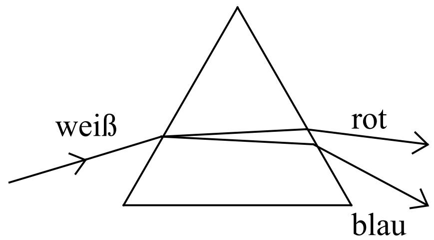
$$\frac{1}{\sin \beta_{\mathrm{g}}} = n$$

$$\sin \beta_{\mathrm{g}} = \frac{1}{n}.$$

Trifft eine elektromagnetische Welle unter einem größeren Winkel auf eine Grenzfläche zu Vakuum, dann tritt Totalreflexion auf.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle hängt im Allgemeinen von der Wellenlänge ab; dies nennt man Dispersion. Insbesondere hängt die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht in einem Stoff, beispielsweise in Glas, von der Wellenlänge des Lichts und damit von der Farbe des Lichts ab. Also hängt auch die Brechungszahl eines Stoffs von der Wellenlänge bzw. der Farbe des Lichts ab. Bei Glas ist die Brechungszahl umso größer, je kürzer die Wellenlänge des Lichts ist.

Merke: Kurzwelliges Licht (blau bzw. violett) wird stärker gebrochen als langwelliges Licht (rot).



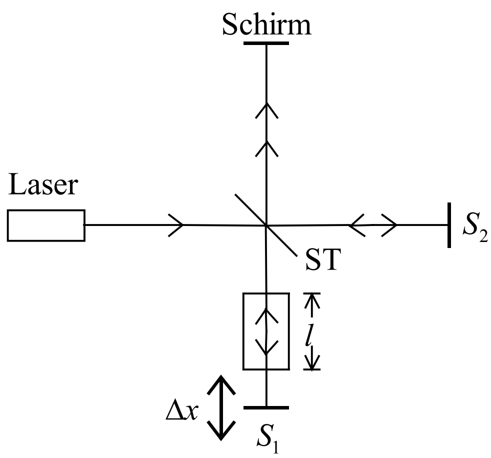
Es gibt keine einfache und anschauliche Erklärung, warum das so ist. Am einfachsten merkt man sich, dass die Abhängigkeit von der Wellenlänge umgekehrt ist wie bei Beugung, denn bei einem Mehrfachspalt ist der Winkel zu einem Maximum *k*-ter Ordnung umso größer, je größer die Wellenlänge ist.

Merke: Das ist umgekehrt wie bei Beugung.

Für Experten: Es gibt auch sog. anomale Dispersion, bei der die Abhängigkeit umgekehrt ist.

Interferometer

Bei einem Michelson-Interferometer wird monochromatisches Licht durch den Strahlteiler ST in zwei Teilstrahlen aufgespalten, die nach Reflexion an dem Spiegel S_1 bzw. S_2 wieder auf den Strahlteiler fallen. Die Hälfte des vom Spiegel S_1 kommenden Lichts durchquert den Strahlteiler und trifft auf den Schirm, und die Hälfte des vom Spiegel S_2 kommenden Lichts wird am Strahlteiler reflektiert und trifft ebenfalls auf den Schirm. Im gemeinsamen Auftreffpunkt interferieren die Teilstrahlen: Beträgt der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, dann beobachtet man ein Helligkeitsmaximum; beträgt der Gangunterschied ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge, dann beobachtet man ein Helligkeitsminimum.



Standardaufgabe an einem Beispiel:
Die Wellenlänge λ des Lichts sei gegeben. Zu Beginn beobachtet man auf dem Schirm ein Helligkeitsmaximum.

a) Der Spiegel S_1 wird um eine Strecke Δx verschoben.
b) In eine zunächst evakuierte gläserne Kammer der Länge l, die sich zwischen dem Strahlteiler ST und dem Spiegel S_1 befindet, lässt man langsam ein Gas einströmen, bis der äußere Luftdruck erreicht ist.

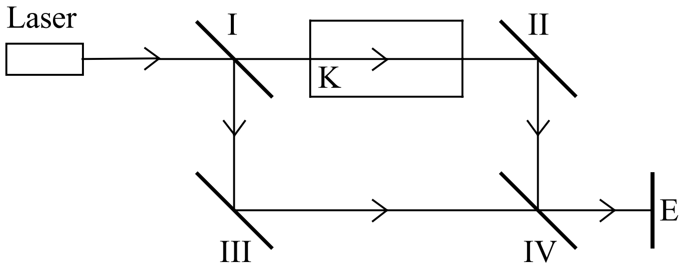
Dabei beobachtet man auf dem Schirm 50-mal abwechselnd ein Helligkeitsminimum und ein Helligkeitsmaximum.
Berechne

a) die Strecke Δx;
b) die Brechungszahl n des Gases.

Lösung:
Der durch die Verschiebung des Spiegels bzw. der durch das Gas verursachte Gangunterschied ist $\delta = 50\lambda$.

a) Der durch die Verschiebung des Spiegels verursachte Gangunterschied ist $\delta = 2\Delta x$ (Hin- und Rückweg). Also gilt $2\Delta x = 50\lambda$.
b) Der bei einmaligem Durchgang des Lichts durch die Kammer entstehende Gangunterschied ist $(n-1)\cdot l$ (vergleiche die Standardaufgabe „Gangunterschied beim Durchgang von Licht durch ein Glasplättchen“ im Kapitel „Interferenz beim Doppelspalt“).
Also ist der durch das Gas verursachte Gangunterschied $\delta = 2\cdot(n-1)\lambda$ (Hin- und Rückweg), und es gilt $2(n-1)l = 50\lambda$.

Bei einem Mach-Zehnder-Interferometer wird monochromatisches Licht durch die halbdurchlässige Glasplatte I in zwei Teilstrahlen aufgespalten. Diese werden nach Reflexion an den Spiegeln II beziehungsweise III durch die halbdurchlässige Glasplatte IV wieder vereinigt und treffen in E auf einen Schirm. In dem Strahlengang zwischen I und II befindet sich eine gläserne Kammer K.



Kohärenz
Wellen, deren Phasendifferenz an jedem Ort über längere Zeit konstant bleibt, heißen kohärent.

Beispiele:

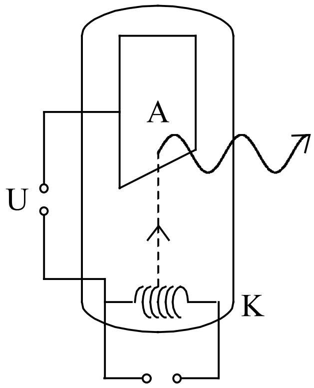
a) Das Licht eines Lasers ist kohärent.

b) Das Licht einer Glühlampe ist inkohärent, weil die Atome in der Glühwendel unabhängig voneinander kurze Wellenzüge aussenden.

Nur kohärentes Licht kann zur Interferenz gebracht werden. Das Licht einer Glühlampe kann nur zur Interferenz gebracht werden, wenn es zuvor durch einen schmalen Spalt eingeschränkt wird.

Röntgenstrahlung und Bragg-Reflexion

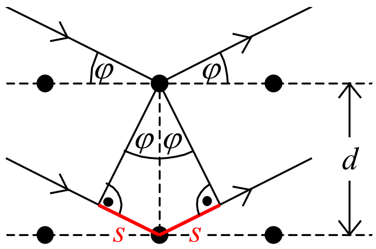
1. Erzeugung von Röntgenstrahlung



Die aus der Glühkathode K austretenden Elektronen werden von einer Hochspannung U beschleunigt. Beim Eindringen der Elektronen in die Anode A entsteht Röntgenstrahlung, d. h. eine elektromagnetische Welle hoher Frequenz bzw. kurzer Wellenlänge (in der Größenordnung pm).

2. Bragg-Reflexion

In einem Kristall sind die Atome regelmäßig angeordnet und bilden sog. Netzebenen, die parallel zueinander und äquidistant sind. Eine elektromagnetische Welle wird an einer Netzebene eines Kristalls reflektiert, wenn die Wellenlänge in der Größenordnung der Atomabstände liegt; dies ist bei Röntgenstrahlung der Fall. Dabei wirken die Atome als Streuzentren, d. h. von den Atomen gehen Elementarwellen aus.



Trifft Röntgenstrahlung der Wellenlänge λ auf zueinander parallele Netzebenen im gegenseitigen Abstand d, dann gilt für den Gangunterschied δ der an benachbarten Netzebenen reflektierten Wellenstrahlen: $\delta = 2s$.

Bilden die einfallenden Röntgenstrahlen mit den Netzebenen den Winkel φ, dann gilt $\sin\varphi = \frac{s}{d}$, also $s = d \cdot \sin\varphi$.

Also ist der Gangunterschied $\delta = 2d \cdot \sin\varphi$.

Die reflektierten Wellenstrahlen haben maximale Amplitude, wenn dieser Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist, wenn also gilt: $\delta = k \cdot \lambda$ ($k = 1; 2; 3; \ldots$).

Das ist die

Bragg'sche Reflexionsbedingung: Trifft Röntgenstrahlung der Wellenlänge λ unter dem Winkel φ auf eine Schar paralleler Netzebenen im gegenseitigen Abstand d, dann beobachtet man Reflexion mit merklicher Amplitude nur bei den sog. Glanzwinkeln φ_k mit

$$\boxed{2d \cdot \sin\varphi_k = k \cdot \lambda} \quad (k = 1; 2; 3; \ldots).$$

Achtung: Die Glanzwinkel φ_k werden zwischen den Wellenstrahlen und den Netzebenen gemessen und nicht, wie sonst in der Optik, zwischen den Wellenstrahlen und dem Lot!

Anwendungen:

1. Messung der Wellenlänge von Röntgenstrahlung (mit einem Monokristall mit bekanntem Netzebenenabstand)
2. Bestimmung des Netzebenenabstands eines Monokristalls (mit Röntgenstrahlung bekannter Wellenlänge)

Für Experten: In einem Kristall gibt es im Allgemeinen mehrere Scharen von Netzebenen.

3. Debye-Scherrer-Verfahren

Ein Polykristall besteht aus vielen kleinen, unregelmäßig angeordneten Kristallen. Trifft monochromatische Röntgenstrahlung auf einen Polykristall, dann findet man in allen Raumrichtungen einzelne Kriställchen, bei denen der Winkel zwischen den Netzebenen und dem einfallenden Röntgenstrahl die Bragg'sche Reflexionsbedingung erfüllt. Also registriert man konzentrische Ringe, die sog. Debye-Scherrer-Ringe.

Anwendung: zerstörungsfreie Materialuntersuchung

4. Elektromagnetisches Spektrum

Elektromagnetische Wellen mit einer kürzeren Wellenlänge als Röntgenstrahlung nennt man Gammastrahlung. Sie tritt bei radioaktiven Zerfällen auf und kommt in der Höhenstrahlung vor, also in der Strahlung, die aus dem Weltraum kommt.

In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten Arten von Wellen des elektromagnetischen Spektrums mit ihren typischen Wellenlängen angegeben:

Wellenart	Wellenlänge
Radiowellen	m – km
Mikrowellen	cm – dm
Infrarotstrahlung	μm
sichtbares Licht	400 nm – 800 nm
UV-Strahlung	nm
Röntgenstrahlung	pm
Gammastrahlung	10^{-15} m und kürzer